

Legyen $n \geq 2$ egész szám. Az x_1, x_2, \dots , és az y_1, y_2, \dots , sorozatokat a következő összefüggésekkel definiáljuk:

$$x_1 = n, \quad y_1 = 1;$$

$$x_{i+1} = \left\lfloor \frac{x_i + y_i}{2} \right\rfloor, \quad y_{i+1} = \left\lfloor \frac{n}{x_{i+1}} \right\rfloor, \quad (i = 1, 2, \dots),$$

ahol $[x]$ az x -nél nem nagyobb egész számok közül a legnagyobb. Bizonyítsuk be, hogy az x_1, x_2, \dots, x_n számok legkisebbike $[\sqrt{n}]$ -vel egyenlő.