

Legyen az egész jójó tömege m , tehetetlenségi nyomatéka Θ . Hanyagoljuk el a himbálózást és a fonal dőlésszögét! Az ábrán megrajzoltuk a jójóra ható erőket.

1986-01-037-1.eps

A jójóra vonatkozó mozgásegyenletek a következők:

$$\begin{aligned}ma &= mg - K, \\ \Theta\beta &= Kr.\end{aligned}$$

Mivel a fonal nem gyorsul, a kényszerfeltétel:

$$a = \beta r$$

A fenti egyenletekből

$$a = \frac{g}{1 + \Theta/mr^2}.$$

1986-01-037-2.eps

Számoljuk ki Θ -t! A jójó tehetetlenségi nyomatéka megegyezik a 3 henger tehetetlenségi nyomatékának összegével, vagyis

$$\Theta = (1/2)M_1r^2 + 2 \cdot (1/2)M_2R^2.$$

Homogén jójót feltételezve

$$M_2/M_1 = R^2/r^2; \quad 2M_2 + M_1 = m,$$

ahol M_1 a középső, M_2 a két szélső henger tömege. Innen

$$\frac{\Theta}{mr^2} = \frac{r^2}{4R^2 + 2r^2} + \frac{R^4/r^2}{2R^2 + r^2} = 2,93,$$

így ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$ értékkel számolva) $a = 2,49 \text{ m/s}^2$.

Mivel le- és felfelé menet ugyanolyan erők hatnak, a le-és felfelé haladás ideje megegyezik.

$l = (a/2)t^2$ alapján $t = \sqrt{2l/a}$; a teljes idő $2\sqrt{2l/a} = 1,8 \text{ s}$.

Megjegyzés. Sok megoldónk modellezte az átfordulást. Bármely modell alapján számolt átfordulási idő lényegesen kisebb, mint az általunk kiszámolt idő, ezért elhanyagolható.