

Vizsgáljunk először csak egy egyszerű gumiszálát, illetve acélszálát.
Viszonylag kis megnyúlásukat közelítően a Hooke-törvény írja le:

$$x = (F/A) \cdot (l_o/E),$$

ahol A a szál keresztmetszete, E a Young-modulusza, l_o az eredeti hossza és F a szálban ébredő erő. A szálban tárolt rugalmas energiát az $F(x)$ függvény alatti területet adja (1. ábra):

$$W = \frac{F_{\max} \cdot x_{\max}}{2} = \frac{AE}{2l_o} \cdot x_{\max}^2 = \frac{l_o}{2AE} \cdot F_{\max}^2.$$

1986-02-086-2.eps

1. ábra

A mozgás során ez az energia alakul valamilyen η hatásfokkal a kavics $(1/2)mv^2$ mozgási energiájává. Nem túl nagy megnyúlás és viszonylag könnyű gumi-, ill. acélszál esetén $\eta \approx 1$, így

$$W = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{l_o}{2AE} \cdot F_{\max}^2.$$

F_{\max} a feladat feltételei szerint azonos acél- és gumiszálnál is. Legyenek a geometriai adatok is (l_o, A) azonosak! Ekkor ugyanolyan m tömegű kavics esetén egyedül E határozza meg a kilövésekor elért v sebességet, így azt is, hogy milyen messze száll a kő. Az acélra E több nagyságrenddel nagyobb, mint gumira, így a kezdősebesség jóval kisebb lesz, ami használhatatlanná teszi az acélszálit. Ha a Young-modulusok arányában csökkentenénk az acélszál keresztmetszetét – vagyis úgy, hogy AE egyenlő legyen mindkét szálra –, akkor is a gumiszál volna előnyösebb, az acél ugyanis már kb. 1 % relatív megnyúlásnál elszakad (a Függvénytáblázat adatai szerint).

1986-02-086-3.eps

2. ábra

A valóságos csúzlira a szálát a 2. ábrán látható módon erősítik fel. A Hooke törvényre vonatkozó megfontolásunk közelítően itt is igaz, külön-külön az I, ill. a II szalagrészre, most azonban az indításban a fellépő erőknek csak az előre mutató komponense játszik szerepet.

Gumi esetén a megnyúlás nagyobb, így a β szög kisebb, mint α a mozgás jelentős részén, tehát nagyobb lesz ugyanazon F erőnek az előre mutató komponense is, ami szintén a gumi mellett szól.