

Az  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , oldalhosszúságú téglatest alakú dobozba zárt elektron  $E$  energiája

$$(1) \quad E = \frac{h^2}{8m} \left( \frac{n_a^2}{a^2} + \frac{n_b^2}{b^2} + \frac{n_c^2}{c^2} \right)$$

értékű lehet, ahol  $m$  az elektron tömege,  $h$  a Planck-állandó,  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$  tetszőleges pozitív egész számok. Rögzített  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$  számok esetén az elektron energiája csak a doboz  $a$ ,  $b$ ,  $c$  geometriai méreteitől függ.

Jelöljük az  $a$  hosszúságú élre merőleges lapra ható nyomást  $p_{bc}$ -vel, és gondolatban növeljük meg a doboz térfogatát úgy, hogy az  $a$  oldalt  $\Delta a$ -val megnyújtjuk. Ekkora doboz térfogata  $\Delta V = bc\Delta a$ -val változik meg, és az elektron

$$(2) \quad \Delta W = -p_{bc}\Delta V$$

munkát végez. Ugyanakkor energiájának megváltozása

$$(3) \quad \begin{aligned} \Delta E &= E(a + \Delta a, b, c) - E(a, b, c) = \\ &= \frac{h^2}{8m} \left[ \frac{n_a^2}{(a + \Delta a)^2} + \frac{n_b^2}{b^2} + \frac{n_c^2}{c^2} \right] - \frac{h^2}{8m} \left[ \frac{n_a^2}{a^2} + \frac{n_b^2}{b^2} + \frac{n_c^2}{c^2} \right] = \frac{h^2 n_a^2}{8m} \left[ \frac{1}{(a + \Delta a)^2} - \frac{1}{a^2} \right] = \\ &= \frac{h^2 n_a^2}{8m a^2} \left[ \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right)^2} - 1 \right] \approx \frac{h^2 n_a^2}{4m a^3} \Delta a, \end{aligned}$$

ahol felhasználtuk az alábbi közelítést:

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right)^2} \approx 1 - \frac{2\Delta a}{a}.$$

Az energiamegmaradás miatt

$$\Delta W = E,$$

azaz a (2) és (3) egyenlet felhasználásával

$$-\frac{h^2 n_a^2}{4m a^3} \Delta a = -p_{bc} bc \Delta a,$$

ahonnan

$$(4) \quad p_{bc} = \frac{h^2 n_a^2}{4mV a^2}, \quad (n_a = 1, 2, 3, \dots)$$

értékű lehet, ahol  $V = abc$  a doboz térfogata.

Hasonló gondolatmenettel kapjuk, hogy

$$p_{ac} = \frac{h^2 n_b^2}{4mV b^2}, \quad p_{ab} = \frac{h^2 n_c^2}{4mV c^2}.$$