A termodinamika első főtétele

$$\Delta E = Q + W.$$

Írjuk fel a folyamatra az egyenletben szereplő mennyiségeket, feltéve, hogy az állapotjelzők csak kicsit változnak meg:

$$\Delta E = c_V m \Delta T; \qquad Q = c_{12} m \Delta T; \qquad W = -(V_2 - V_1)\frac{p_1 + p_2}{2},$$

ahol az 1 és 2 index a kezdő és végállapotot jelöli, c_{12} a folyamatra jellemző fajhő. Így

$$c_V m \Delta T = c_{12} m \Delta T - (V_2 - V_1)(p_1 + p_2)/2.$$

Felhasználva, hogy $p(V) = p_0 - \alpha V$,valamint a $pV = (m/M)RT$ összefüggést, c_{12}-re a következő kifejezést kapjuk:

$$c_{12} = c_V + \frac{R(V_2 - V_1)[2p_0 - \alpha(V_1 + V_2)]}{2M[(p_0 - \alpha V_2)V_2 - (p_0 - \alpha V_1)V_1]} = c_V + \frac{R[2p_0 - \alpha(V_1 + V_2)]}{2M[p_0 - \alpha(V_1 + V_2)]}.$$

Ha a végállapottal a kezdőállapothoz közelítünk, akkor a fajhő pontos értékét kapjuk meg.

$$c = \lim_{V_2 \to V_1} c_{12} = c_V + \frac{R}{M} \cdot \frac{p_0 - \alpha V}{p_0 - 2\alpha V}.$$

A képletnek a $p = p_0 - \alpha V > 0$ és $V > 0$ esetben tulajdoníthatunk fizikai értelmet. Az eredményből látható, hogy $\alpha = 0$ esetén várakozásunknak megfelelően $c = c_V + R/M = c_p$.

Ha $p_0 = 0$, akkor a $p(V)$ görbe átmegy az origón, és így egy $pV^\kappa = konst.$ folyamatról van szó, amikor a fajhő értéke nem függ p-től és V-től. Jelen esetben $x = -1$, és ekkor

$$c = c_V + \frac{R}{2M} = \frac{c_V + c_p}{2}.$$

Látható, hogy $2\alpha V \to p_0$ esetén c a végtelenhez tart. Ez azt jelenti, hogy $2\alpha V = p_0$ esetén az állapotváltozásnak hőmérsékleti szélsőértéke van. (L. még a 2013. feladat megoldását!)