

A stabilitás feltétele, hogy a rudat kicsiny  $\varphi$  szöggel kimozdítva, az visszatérjen eredeti (függőleges) helyzetébe. (L. az ábrát!) Kitérítéskor a rúd súlypontja  $(l/2)(1 - \cos \varphi)$ -vel kerül lejjebb, a testé  $(x - h)$ -val feljebb. A stabil egyensúly feltétele:  $Mg(x - h) > mg(l/2)(1 - \cos \varphi)$ .

1985-12-476-2.eps

Használjuk fel, hogy  $\varphi \ll 1$  (a jelöléseket lásd Gnädig Péter márciusi cikkében). Ekkor  $\cos \varphi = 1 - (\varphi^2/2) + \mathcal{O}(\varphi^4)$ , így az egyenlőtlenség jobb oldala:  $(mg l/4)\varphi^2 + \mathcal{O}(\varphi^4)$ .  $x$  meghatározásához használjuk a koszinusztételt:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{l^2 + (h+l)^2 - 2(h+l)l \cos \varphi} = \\ &= h\sqrt{1 + \frac{(l+h)l}{h^2}\varphi^2 + \mathcal{O}(\varphi^4)} = h\left(1 + \frac{l(l+h)}{2h^2}\varphi^2\right) + \mathcal{O}(\varphi^4). \end{aligned}$$

Behelyettesítve a fenti egyenlőtlenségbe:

$$Mg \cdot \frac{l(l+h)}{2h}\varphi^2 + \mathcal{O}(\varphi^4) > mg\frac{1}{4}\varphi^2 + \mathcal{O}(\varphi^4).$$

Ennek teljesüléséhez szükséges, hogy  $M \geq \frac{m}{2} \cdot \frac{h}{l+h}$  legyen, és elegendő, hogy fennálljon

$$M > \frac{m}{2} \cdot \frac{h}{l+h}.$$