Mindenekelőtt határozzuk meg az alakzat súlypontját!

Könnyen belátható, hogy a négy y-nal jelölt oldal súlypontja a középső összekötő rúd középpontjában van. Emellett ennek az összekötő rúdnak is itt van a súlypontja, tehát az 1. ábrán B-vel jelölt pontban 50 kg tömeg összpontosul. Az alsó, x-szel jelölt rúd súlypontja a felezőpontjában, C-ben van. Így látható, hogy az alakzat S súlypontja az f szimmetriatengelyen van, olyan d távolságra az alaptól, amelyre:

$$d\cdot(10\ \mathrm{kg})=(y-d)\cdot(50\ \mathrm{kg}).$$

Innen $y=1$ m felhasználásával $d=(5/6)$ m.

1985-11-427-1.eps

1. ábra

Most határozzuk meg a kérdéses függvényeket! Feltételezzük, hogy az alakzat eldöntése lassú folyamat, így az α szöghöz tartozó $F(\alpha)$ erő a forgató-nyomatékok egyenlőségéből számolható:

$$k_1Mg=k_2F(\alpha), \tag{1}$$

ahol k_1 és k_2 a megfelelő erőhöz tartozó erőkar.

1985-11-427-2.eps

2. ábra

α szög esetén (lásd a 2. ábrát!) a súlyerő erőkarja az A forgáspontra nézve:

$$k_1=s\cos(\alpha+\beta), \tag{2}$$

ahol s az S és az A pont távolsága, β pedig az $SAC\sphericalangle$, így

$$s=\sqrt{d^2+(x/2)^2}=0{,}972\ \mathrm{m},$$

$$\mathrm{tg}\,\beta=\left(\frac{5}{6}\right)\Big/\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{3},\qquad \text{így}\qquad \beta=59^\circ.$$

Az erő nagyságát az *a)* esetben az α szög függvényében $F_1(\alpha)$-val, a *b)* esetben $F_2(\alpha)$-val jelöljük. Az *a)* esetben az $F_1(\alpha)$ erő erőkarja

$$k_2=2y\ \cos\alpha. \tag{3}$$

Innen a forgatónyomatékok egyenlősége az *a)* esetben az (1), (2), (3) összefüggések alapján

$$s\cos(\alpha+\beta)\,Mg=2y\cos\alpha\,F_1(\alpha).$$

Itt M a teljes alakzat tömege. Tehát

$$F_1(\alpha)=\frac{s\cos(\alpha+\beta)\,Mg}{2y\cos\alpha}=(\cos\beta-\mathrm{tg}\,\alpha\sin\beta)\frac{sMg}{2y}.$$

Mivel

$$\cos\beta=\left(\frac{1}{2}\mathrm{m}\right)/s,\qquad \sin\beta=\left(\frac{5}{6}\mathrm{m}\right)/s,$$

így

$$F_1(\alpha)=\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{12}\ \mathrm{tg}\,\alpha\right)Mg. \tag{4}$$

α értéke 0° és $90^\circ-\beta=31^\circ$ között változik, $\alpha=31^\circ$-ra $F_1(\alpha)$ értéke nulla, ekkor a súlypont éppen A fölött helyezkedik el.

A *b)* esetben az $F_2(\alpha)$ erő állandóan az A ponttól $k_2=2y$ távolságra hat, így a forgatónyomatékok egyensúlya most a következő alakban írható:

$$s\cos(\alpha+\beta)\,Mg=2yF_2(\alpha).$$

Innen

$$F_2(\alpha)=\cos(\alpha+\beta)\frac{sMg}{2y}=(\cos\,\alpha\,\cos\,\beta-\sin\,\alpha\,\sin\,\beta)\frac{sMg}{2y}=$$
$$=\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{12}\,\operatorname{tg}\alpha\right)Mg\,\cos\,\alpha=F_1(\alpha)\cos\,\alpha.$$

Az erő nagysága $\alpha=31^\circ$ esetén most is nulla.
Az $F_1(\alpha)$ és $F_2(\alpha)$ függvényeket a 3. ábrán láthatjuk.

1985-11-427-3.eps

3. ábra