

Az ütközés előtti időpontban a testek az 1. ábrán látható módon helyezkednek el. Tegyük fel, hogy az ütköző korongok között nincs súrlódás, valamint azt, hogy az ütközés tökéletesen rugalmas! Ekkor a mozgó korong az állóknak csak a középpontjaikat összekötő egyenes irányába mutató lökést tud adni.

1985-11-412-1.eps

1. ábra

1985-11-412-2.eps

2. ábra

Az ütközés utáni pillanatban a testek a 2. ábrán látható sebességekkel rendelkeznek. Egyszerűsítésként válasszuk a korongok tömegét azonosnak! Ekkor a feladat szimmetriája miatt a két meglökött korong sebességének nagysága az ütközés után azonos lesz.

Az ütközésre érvényes az energia és lendület megmaradásának törvénye:

$$(1) \quad (1/2)mv^2 = (1/2)mv'^2 + 2(1/2)mu^2,$$

$$(2) \quad mv = mv' + 2mu_x = mv' + 2mu \cos \alpha.$$

Az egyenleteket kissé átalakítva:

$$(3) \quad (v - v')(v + v') = 2u^2,$$

$$(v - v') = 2u \cos \alpha.$$

A második egyenletet az elsőbe írva, feltéve, hogy $u \neq 0$

$$(4) \quad v + v' = \frac{u}{\cos \alpha}.$$

(3) és (4) lineáris egyenletrendszer, megoldása:

$$v' = v \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha}, \quad u = v \frac{2 \cos \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha}. \quad (5 - 6)$$

Az 1. ábra alapján

$$\sin \alpha = \frac{\eta}{4}, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{\eta^2}{16}}.$$

Beírva a kapott (5) és (6) egyenletekbe:

$$v' = v \frac{(\eta^2 - 8)}{24 - \eta^2}, \quad u = \frac{4v\sqrt{16 - \eta^2}}{24 - \eta^2}. \quad (7 - 8)$$

Az 1. ábra alapján $2 \leq \eta \leq 4$. Az eredetileg mozgó korong megáll, ha $v' = 0$, ez $\eta = 2\sqrt{2}$ esetén következik be.

(7) segítségével eldönthetjük v' előjelét. Jól láthatóan

$2 \leq \eta < 2\sqrt{2}$ esetén a korong visszapattan,

$\eta = 2\sqrt{2}$ esetén megáll,

$2\sqrt{2} < \eta \leq 4$ esetén a korong továbbmegy,

$\eta > 4$ esetén nincs ütközés.