a) Legyen a lejtőn fekvő, nyugalomban levő üvegcső alsó, ill. felső légoszlopában levő nyomás p_1, ill. p_2! A higanyoszlop egyensúlyi feltétele:

$$(p_1 - p_2)A = \varrho g h A \sin\alpha, \tag{1}$$

ahol A a cső keresztmetszete, ϱ a higany sűrűsége. Jelöljük a vízszintes helyzetben levő cső légoszlopainak hosszát L-lel, $L = \dfrac{l-h}{2}$ és x legyen a higanyoszlop elmozdulása az eredeti helyzetéhez viszonyítva! A *Boyle–Mariotte*-törvény alapján

$$pL = p_1(L - x) \quad \text{és} \quad pL = p_2(L + x). \tag{2–3}$$

Az (1)–(3) egyenletrendszer a $c = \dfrac{\varrho g h \sin\alpha}{p}$ dimenziótlan szám bevezetésével x-ben másodfokú egyenletre vezet, amelynek a fizikailag értelmes megoldása:

$$x = L\left(\sqrt{1 + \frac{1}{c^2}} - \frac{1}{c}\right). \tag{4}$$

Így a két légoszlop hossza a feladat adataival:

$$L - x = 49,3 \text{ cm} \quad \text{és} \quad L + x = 50,7 \text{ cm}.$$

b) A lejtőn csúszó üvegcső lejtő menti gyorsulása súrlódás esetén:

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Ha a kötél elvágása után az alsó és felső légoszlop nyomását most is p_1-gyel, p_2-vel jelöljük, akkor a higanyra Newton II. törvénye a következőképpen írható fel:

$$(p_2 - p_1)A + \varrho g h A \sin\alpha = \varrho h A a.$$

A gyorsulás értékét behelyettesítve ez az egyenlet az (1) egyenlethez hasonló alakra hozható:

$$(p_1 - p_2)A = \varrho g h A \mu \cos\alpha.$$

Ha most is x jelöli a higany elmozdulását az eredeti vízszintes helyzethez képest, akkor a (2) és (3) egyenlet nem változik. Így az (1)–(3) egyenlet az a) részben kapott másodfokú egyenletre vezet, csak ebben az esetben $c = \dfrac{\varrho g h \mu \cos\alpha}{p}$. A (4) összefüggés alapján, a feladat adatait felhasználva a légoszlopok hossza:

$$L - x = 49,8 \text{ cm} \quad \text{és} \quad L + x = 50,2 \text{ cm}.$$

Megjegyzés. Láthatjuk, hogy ha a lejtőn nincs súrlódás, akkor $c = 0$, így $x = 0$, azaz a higanyoszlop nem mozdul el. Több megoldó hibásan számolta az egyes légoszlopok nyomását. Hibásan feltették, hogy $p_1 = p + \varrho g h \sin\alpha$ és $p_2 = p - \varrho g h \sin\alpha$.