Tekintsük a testeket pontszerűnek! Amíg a testek az 1. ábrán látható helyzetbe kerülnek, mindkét test gyorsulásának és sebességének nagysága (v) egyenlő. Mivel súrlódás nincs, a munkatételből

$$mgl=2\cdot(1/2)mv^2,\qquad v=\sqrt{gl}=3{,}16\ \mathrm{m/s},\qquad (g=10\ \mathrm{m/s}^2).$$

1985-05-234-2.eps

1. ábra

Amikor a felső test elhagyja az asztalt, függőleges sebessége nulla, az alsó testé pedig v. Ekkor egy ütközés játszódik le a két test között, amelyben az erőt a fonál közvetíti. Tételezzük fel, hogy a fonál mechanikai tulajdonságai olyanok, hogy ez az ütközés rugalmatlan, ellenkező esetben ugyanis a fonál belazul, és nagyon nehézzé válna a testek további mozgásának nyomonkövetése!

A testeket összekötő szakasz felezőpontjában található T tömegközéppont $v_T=(v_x,v_y)$ sebessége ekkor az impulzusmegmaradásból számolható:

$$v_x\cdot 2m=mv+0,\quad v_y\cdot 2m=0+mv,$$

ebből $v_x=v/2$, $v_y=v/2$, így v_T nagysága $v/\sqrt{2}$, iránya a vízszintessel -45°-os szöget zár be.

A két testből álló rendszernek perdülete is van a tömegközéppont körül:

$$N=mv\cdot(l/2)=\Theta\omega=2\cdot m(l/2)^2\omega,$$

ebből

$$\omega=v/l=\sqrt{g/l}.$$

1985-05-234-3.eps

2. ábra

Az 1. ábrán látható helyzet után a tömegközéppont v_T kezdősebességgel, a ferde hajítás törvényei szerint mozog, miközben a testek állandó szögsebességgel körmozgást végeznek körülötte (2. ábra). A rendszer perdülete azért marad meg, mert a testekre ható nehézségi erő forgatónyomatéka nulla a tömegközéppontra nézve.

A kötél $\pi/2$ fordulat után kerül vízszintes helyzetbe, az ehhez szükséges idő:

$$t=\frac{\pi/2}{\omega}=\frac{\pi l}{2v}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}=0{,}5\ \mathrm{s}.$$

Ezalatt a tömegközéppont által függőlegesen megtett út:

$$y=v_y\cdot t+(g/2)t^2=(v/2)t+(g/2)t^2.$$

Az asztal szükséges magasságát úgy kapjuk meg, hogy y-hoz hozzáadjuk a tömegközéppont és az asztal szintjének $l/2=0{,}5$ m-es távolságát:

$$h=\frac{l}{2}+\frac{v}{2}t+\frac{g}{2}t^2=\frac{l}{2}+\frac{\sqrt{lg}}{2}\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}+\frac{g}{2}\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\right)^2=l\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}+\frac{\pi^2}{8}\right)=2{,}52\ \mathrm{m}.$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy az a hallgatólagos feltételezésünk, hogy az esés folyamán a kötél feszes, a mozgás során végig teljesül.

A $t=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$ nem az egyetlen lehetséges megoldás, a $\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi=(2k+1)\frac{\pi}{2}$ szögelforduláshoz tartozó megoldások is mind jók. Ennek megfelelően végtelen sok megoldás van:

$$h=l\left[\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}(2k+1)+\frac{\pi^2}{8}(2k+1)^2\right].$$

Az első néhány lehetséges asztalmagasság:

$$2{,}52\ \mathrm{m},\qquad 13{,}95\ \mathrm{m},\qquad 35{,}27\ \mathrm{m}.$$

Ezek közül a legkisebb 2,52 m, de még ez sem normális asztalméret.