

A kilőtt lövedék a bolygó centrális erőterében mozog, és ezért érvényes az impulzusmomentum megmaradás törvénye. (Légellenállás nincs!)

A pálya maximális magassága legyen  $h$ , és a lövedék sebessége ebben a magasságban legyen  $v$ ! A tetőponton a sebesség iránya merőleges a golyót és a bolygó középpontját összekötő egyenesre. Az impulzusmomentum nem változik a mozgás közben, így a kezdeti helyzetben és a tetőponton ugyanaz az értéke:

$$(1) \quad mv_0 \cos \alpha \cdot R_0 = mv(R_0 + h),$$

ahol  $m$  a lövedék tömege.

Mivel nincs energiavesztés (nincs súrlódás), a mechanikai energia megmarad:

$$(2) \quad \frac{1}{2} mv_0^2 - f \frac{Mm}{R_0} = \frac{1}{2} mv^2 - f \frac{Mm}{R_0 + h},$$

ahol  $f$  a gravitációs állandót jelöli,  $M$  a bolygó tömege. Az  $m$  tömegű test súlya a bolygó felszínén:

$$(3) \quad mg_0 = f \frac{mM}{R_0^2}.$$

Az (1), (2) és (3) egyenletek alapján a maximális  $h$  magasság egy másodfokú egyenlet megoldásából adódik:

$$h = R_0 \cdot \frac{v_0^2 - g_0 R_0 \pm \sqrt{g_0^2 R_0^2 + (v_0^2 - 2g_0 R_0)v_0^2 \cos^2 \alpha}}{2g_0 R_0 - v_0^2}.$$

Egyszerű számolással belátható, hogy ha a negatív előjellel számolunk a gyökjel előtt, akkor  $h$ -ra mindig negatív számot kapunk, ezért fizikailag csak a pozitív előjel a helyes.

Látható, hogy  $v_0 = \sqrt{2g_0 R_0}$  értéknél  $h$  végtelen nagy. Tehát  $v_0 \geq \sqrt{2g_0 R_0}$  sebességgel indítva a lövedéket, az nem tér vissza a bolygóra.

Ha  $v_0 \ll \sqrt{2g_0 R_0}$ , akkor az emelkedési magasság ugyanakkora, mint ferde hajítás esetén.

*Megjegyzések.* 1. Több megoldó a tetőponton a lövedék sebességét zérusnak vette – ez már az egyszerű ferde hajításnál sem igaz. Mások hibásan azt állították, hogy a golyó vízszintes sebessége nem változik – ez viszont csak a ferde hajításra teljesül.

2. A feladat megoldása során feltettük, hogy a bolygó és a lövedék tömegközéppontja a bolygó középpontjában van. Ez a feltevés azért jogos, mert  $M \gg m$ .