Az egyensúlyi helyzetet a rendszerrel együtt forgó koordinátarendszerben keressük. Ha mindkét kötél feszes, a függő test helyzetét az 1. ábrán jelölt $\alpha$ szöggel jellemezhetjük. A testre ható erők: a $G = mg$ nagyságú súlyerő; az $F_c = mh\ \sin\alpha\cdot\omega^2$ nagyságú centrifugális erő, valamint a két kötél húzóereje.

1984-12-477-2.eps

*1. ábra*

A test akkor van egyensúlyban, ha a súlyerő és a centrifugális erő $A$ pontra vonatkozó forgatónyomatékának összege zérus:

$$mh^2\omega^2\sin\alpha\cdot\cos\alpha - mgh\ \sin\alpha = 0.$$

Az egyenlet megoldásai:

$$\alpha = 0, \qquad \text{ha} \qquad \frac{g}{\omega^2 h}\ge 1,$$

valamint

$$\alpha = 0 \quad \text{és} \quad \alpha = \text{arc cos}\,\frac{g}{\omega^2 h}, \quad \text{ha} \quad \frac{g}{\omega^2 h}<1.$$

Ezek tehát a rendszer egyensúlyi helyzetei.

Vizsgáljuk meg a helyzetek stabilitását! Ehhez határozzuk meg a forgatónyomaték $\alpha$ szerinti deriváltját az $\alpha_0$ egyensúlyi pontban. A forgatónyomaték pozitív forgásiránya egyezzék meg $\alpha$ pozitív forgásirányával! Mivel $M(\alpha_0)=0$, így

$$\lim_{\Delta\alpha\to 0}\frac{M(\alpha_0+\Delta\alpha)}{\Delta\alpha} = \lim_{\Delta\alpha\to 0}\frac{M(\alpha_0+\Delta\alpha)-M(\alpha_0)}{\Delta\alpha} = M'(\alpha_0),$$

tehát elég kis $\Delta\alpha$ esetén $M(\alpha_0+\Delta\alpha)$ ugyanolyan előjelű, mint $\Delta\alpha$, ha $M'(\alpha_0)$ pozitív és ellenkező előjelű, mint $\Delta\alpha$, ha $M'(\alpha_0)$ negatív. Ezért ha a derivált negatív, akkor kis kitérésekre a forgatónyomaték ellenkező előjelű, mint $\Delta\alpha$, tehát visszaviszi a testet az $\alpha_0$ egyensúlyi helyzetbe, vagyis az egyensúlyi helyzet stabil. Ha a derivált pozitív, akkor a forgatónyomaték $\Delta\alpha$-val azonos előjelű lesz, tehát tovább növeli a kitérést, vagyis az egyensúlyi helyzet instabil.

Az $A$ pontra vonatkozó eredő forgatónyomaték:

$$M = mh^2\omega^2\sin\alpha\cdot\cos\alpha - mgh\ \sin\alpha,$$

ennek $\alpha$ szerinti deriváltja:

$$M'(\alpha) = mh^2\omega^2(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) - mgh\ \cos\alpha.$$

Az egyensúlyi helyzetekben felvett érték:

$$M'(0) = m\omega^2h^2\left(1-\frac{g}{\omega^2h}\right),$$

$$M'\left(\text{arc cos}\,\frac{g}{\omega^2h}\right) = m\omega^2h^2\left[\left(\frac{g}{\omega^2h}\right)^2-1\right].$$

Tehát ha $\frac{g}{\omega^2h}\ge 1$, akkor az $\alpha=0$ az egyetlen egyensúlyi helyzet, és ez stabil, viszont ha $\frac{g}{\omega^2h}<1$, akkor az $\alpha=0$ helyzet instabil, az $\alpha = \text{arc cos}\,\frac{g}{\omega^2h}$ pedig stabil.

1984-12-478-1.eps

*2. ábra*

1984-12-478-2.eps

*3. ábra*

A 2. és 3. ábrán $\alpha$-t, illetve a függő test és az $A$ pont $h\cos\alpha$ szintkülönbségét láthatjuk $h$ függvényében, rögzített $\omega$ mellett. A folytonos vonal stabil, a szaggatott instabil egyensúlyt jelöl.

Létrejöhet egy harmadik egyensúlyi helyzet is úgy, hogy az egyik fonál nem feszül. Vezessük be a 4. ábrán látható $l$, $L$ és $\beta$ paramétereket!

1984-12-478-3.eps

*4. ábra*

Az egyensúly feltétele:

$$m(l\ \sin\beta - L)\omega^2\cos\beta - mg\ \sin\beta = 0.$$

Ez $\sin\alpha$-ban negyedfokú egyenletre vezet.