*Mi történik a henger felhúzása során?* A hidrosztatikai nyomás csökken, így csökken a bezárt levegő nyomása is, ezáltal a hengerbe zárt levegő térfogata nő. Az adatoktól függően előfordulhat, hogy a dugattyú kiesik a hengerből. Ebben a pillanatban a dugattyú súlyából adódó nyomás megszűnik, így a víz benyomul a hengerbe. További emelés során a hengerbe zárt levegőre ható hidrosztatikai nyomás csökken, ezért a gáz térfogata nő. Bizonyos paraméterek esetén a gáz kitölti a henger teljes térfogatát, és közben a henger még mindig vízben van. További emelés során a felesleges levegő eltávozik a hengerből.

*Mit érdemes figyelembe venni?* Mindenképpen számolni kell a külső nyomás hatásával. Ezenkívül érdemes meggondolni, hogy a vas dugattyú tömege 7,5 kg, aminek térfogata kb. 1 dm$^3$. Ezt összevetve a henger teljes 5 cm$^2\cdot 30$ cm $=$ 150 cm$^3$ térfogatával, jól látható, hogy durva közelítés, ha a vas térfogatát figyelmen kívül hagyjuk.

*Hogyan lehet leírni a folyamatot?* Az 1. ábrának megfelelően legyen $p_k=10^5$ Pa a külső nyomás, $F$ a hengert tartó erő, $p$ a belső nyomás, $G$ a henger súlya, $G_a$ a dugattyú súlya, $A$ a henger keresztmetszete, $g=10$ m/s$^2$.

1984-10-332-2.eps

*1. ábra*

Azzal, hogy $g$-t 10 m/s$^2$-nek tekintjük, 2%-os hibát követünk el. A henger akkor van egyensúlyban, ha a felső lapjára ható különböző nyomásokból eredő erők egyensúlyt tartanak a súly és a tartóerő eredőjével:

$$\big[p_k+(x-h)\varrho_{\text{víz}}g-p\big]A=F-G. \tag{1}$$

Amíg a hengerből nem szökik el levegő, a gáz állapotának megváltozását izotermikusnak vehetjük:

$$phA=p_0h_0A, \tag{2}$$

ahol $p_0$ és $h_0$ a 65 m mélyen mérhető értékek.

Amíg a dugattyú a hengerben van, a rá ható erők egyensúlyt tartanak:

$$pA+G_d=\big[p_k+(x-l_0)\varrho_{\text{víz}}g\big]A.$$

A dugattyú súlya: $G_d=l_0A\varrho_{\text{vas}}g$, ezért előző egyenletünkből

$$p=(x+l_0)\varrho_{\text{víz}}g+p_k-\frac{G_d}{A}=p_k+x\varrho_{\text{víz}}g-\frac{G_d}{A}\left(1-\frac{\varrho_{\text{víz}}}{\varrho_{\text{vas}}}\right), \tag{3}$$

azaz a belső nyomás egyenlő a külső nyomás és a hidrosztatikai nyomás összegének és a dugattyú súlyából és az arra ható felhajtóerőből származó nyomásnak a különbségével.

A könnyebb számolás kedvéért a vas sűrűségét vegyük 7,5 kg/dm$^3$-nek, ami nem okoz lényeges hibát, hisz $g=10$ m/s$^2$ is kb. ilyen pontosságú. (3)-ból az adatok behelyettesítésével – $x$-et m-ben mérve –:

$$p=(x-3)\ \text{N/cm}^2.$$

Kezdetben $p_0=62$ N/cm$^2$, $h_0=0{,}15$ m , így a (2) egyenletbe helyettesítve a nyomás kifejezését, $h$-ra a következő összefüggést kapjuk:

$$h=\frac{9{,}3}{x-3}\ \text{m}. \tag{4}$$

Ha $h=0{,}3$ m, a dugattyú leesik. A (4) egyenletből meghatározhatjuk, hogy ekkor a dugattyú $x=34$ m mélyen van. Az (1), (3) összefüggések tehát a 65 m $\geqq x>34$ m intervallumban helyesek. Ezeket az összefüggéseket felhasználva 65 m $\geqq x>34$ m esetén a tartóerőre a következő összefüggést kapjuk:

$$F=G+G_d\left(1-\frac{\varrho_{\text{víz}}}{\varrho_{\text{vas}}}\right)-h\varrho_{\text{víz}}gA,$$

azaz a tartóerő a súlyerők és a felhajtóerők eredője. (4) segítségével az adatok behelyettesítése után:

$$F=\left(66{,}2-\frac{46{,}5}{x-3}\right)\ \text{N}.$$

$x=34$ m mélyen a dugattyú leesik, a víz benyomul a hengerbe. Írjuk fel a Boyle–Mariotte törvényt a kezdeti és a jelenlegi állapotra (2. ábra):

$$p_0h_0A=\big[p_k+(34\ \text{m}-d+h)\varrho_{\text{víz}}g\big]hA.$$

1984-10-333-1.eps

*2. ábra*

Innen $h = 0,21$ m-t kapunk, így leeséskor $x = 33,79$ m lesz. Ezután addig, amíg a levegő nem tölti ki teljesen a hengert, a levegő a Boyle–Mariotte törvény szerint nyomódik össze:

$$p_0 h_0 A = (p_k + x\varrho_{\text{víz}} g)hA.$$

Ebből

$$h = \frac{p_0 h_0}{p_k + x\varrho_{\text{víz}} g},$$

numerikusan

$$h = \frac{9{,}3}{x+10}\ \text{m}. \tag{5}$$

A tartóerő ebben az esetben

$$F = G - h\varrho_{\text{víz}} gA = G - \frac{p_0 h_0}{p_k + x\varrho_{\text{víz}} g}\varrho_{\text{víz}} gA,$$

numerikusan

$$F = \left(1{,}2 - \frac{46{,}5}{x+10}\right)\ \text{N}.$$

A levegő szökni kezd, ha $h$ túllépi a 0,3 m értéket. (5) alapján ez $x = 21$ m mélyen következik be. Tehát az előbbi összefüggés $F$-re a $33,79\ \text{m} \geqq x \geqq 21$ m intervallumon teljesül.

$x < 21$ m esetén a tartóerő állandó, hiszen a felhajtóerő és a súly állandó:

$$F = G - l\varrho_{\text{víz}} gA = -0{,}3\ \text{N}.$$

Ez az összefüggés addig érvényes, míg a henger teteje eléri a felszínt, tehát a $21\ \text{m} > x \geqq 0,3$ m intervallumban.

1984-10-333-2.eps

*3. ábra*

Miután a henger teteje eléri a felszínt, a tartóerő lineárisan növekszik. Így a $0,3\ \text{m} > x \geqq 0$ m intervallumban

$$F = G - x\varrho_{\text{víz}} gA,$$

numerikusan

$$F = (1{,}2 - 5x)\ \text{N}.$$

Eredményeinket összefoglalva tehát

$$F = \begin{cases} \left(66{,}2 - \dfrac{46{,}5}{x-3}\right)\ \text{N}, \\ \text{ha} \quad 65\ \text{m} \geqq x > 34\ \text{m}, \\ \left(1{,}2 - \dfrac{46{,}5}{x+10}\right)\ \text{N}, \\ \text{ha}\ 33{,}79\ \text{m} \geqq x \geqq 21\ \text{m}, \\ -0{,}3,\ \text{N} \\ \text{ha} \quad 21\ \text{m} > x \geqq 0{,}3\ \text{m}, \\ (1{,}2 - 5x)\ \text{N}, \\ \text{ha} \quad 0{,}3\ \text{m} > x \geqq 0. \end{cases}$$

Az $F$ erő $x$-től való függését a 4. ábrán ábrázoltuk.

1984-10-334-1.eps

*4. ábra*