

1. *A jelenség kvalitatív elemzése.* Mindennapos tapasztalatunk, hogy a kanyarodó kocsikra kétféle veszély leselkedik: egyrészt kicsúszhatnak, másrészt felborulhatnak. A kicsúszást inkább a gyorsan haladó személygépkocsiknál, míg a felborulást az ugyancsak gyorsan haladó tehergépkocsiknál tapasztaljuk. Megoldásunknak ezt a különbséget később tartalmaznia kell matematikai formában. Bármely körpályán haladó testre hatnia kell a mozgást biztosító centripetális erőnek. A centripetális erő adott körpálya esetén annál nagyobb, minél nagyobb sebességgel mozog a test. A centripetális erőt most a tapadási súrlódási erő biztosítja, így a centripetális erő legfeljebb akkora lehet, mint a tapadási súrlódási erő legnagyobb értéke. Ezzel megvan a feltételünk arra, hogy az autó ne csússzák ki.

Billenés akkor következik be, ha a testre ható erők forgatónyomatéka nem zérus a tömegközéppontra vonatkoztatva. (Mivel a kocsit gyorsul, így a forgatónyomatékokat csak a tömegközéppontra írhatjuk fel.) Ezzel kvalitatíve megfogalmaztuk a billenés feltételét is. Más, a megoldást lényegesen befolyásoló hatás nincs.

2. *Modellalkotás.* A kétféle feltételhez kétféle modellt alkotunk.

A megcsúszás esetének vizsgálatakor a gépkocsit egy tömegpontnak tekinthetjük (1. ábra).

1984-10-331-1.eps

1. ábra

A megbillenés esetére ez a modell nem megfelelő. Ebben az esetben egy valódi kiterjedt testet kell vennünk. Modellünk a 2. ábrán látható: a teherautót egy téglatest alakú testnek tekintjük, amelynek tömegközéppontja a „kerekektől” egyenlő távolságra, a földtől h magasságra van.

1984-10-331-2.eps

2. ábra

Ezzel a modellel sajnos elhanyagolunk egy, a feladat szempontjából lényeges tulajdonságot, azt, hogy a teherautó a kanyarban a rugózása miatt kifelé dől, így súlypontja közelebb kerül a külső kerekekhez. Ezt azonban adatok hiánya miatt nem tudjuk figyelembe venni a modellünkben. A valóságban ezért a teherautó valamivel kisebb sebességgel mehet a kanyarban megbillenés nélkül, mint amit a modellünkből számolunk. A billenés határhelyzetében a belső kerekek és a talaj között nincs kölcsönhatás, ezért csak a külső kerekeknél hatnak erők.

3. *A modell matematikai megfogalmazása.* Megcsúszás esetén a tapadási súrlódási erő legnagyobb értéke

$$F_{s \max} = \mu_0 mg,$$

ez az erő biztosítja a lehető legnagyobb centripetális erőt, amely

$$F_{cp} = m \cdot v_{\max 1}^2 / R.$$

Így a legnagyobb sebességre, amely mellett a kocsit még nem csúszik meg, a következő feltételt kapjuk:

$$(1) \quad \mu_0 mg = mv_{\max 1}^2 / R.$$

A megbillenés pillanatában a kocsira ható erők forgatónyomatéka a tömegközéppontra vonatkoztatva nulla:

$$F_s \cdot h - F_{ny} \cdot (d/2) = 0,$$

ahol

$$F_s = \frac{m \cdot v_{\max 2}^2}{R}, \quad F_{ny} = mg.$$

Így a maximális sebességre, amely mellett a kocsit még nem billen meg, a következő feltételt kapjuk:

$$(2) \quad \frac{m \cdot v_{\max 2}^2}{R} \cdot h = mg \cdot \frac{d}{2}.$$

4. *A feladat matematikai megoldása.* Az (1), (2) egyenletekből a sebességek értéke:

$$v_{\max 1} = \sqrt{\mu_0 g R} = 24 \text{ m/s}, \quad v_{\max 2} = \sqrt{\frac{gdR}{2h}} = 22 \text{ m/s}.$$

A jelen esetben tehát a kocsit mielőtt megcsúszna, felbillen. Így a gépkocsit maximálisan 22 m/s, azaz kb. 80 km/h sebességgel haladhat.

5. *Az eredmények diszkussziója.* A megcsúszás esetében kapott maximális sebesség képletéből láthatjuk, hogy ez a sebesség annál nagyobb, minél nagyobb a pálya sugara, illetve a tapadási súrlódási együttható értéke. A megbillenés esetében a maximális sebesség annál nagyobb, minél nagyobb a pálya sugara, illetve minél nagyobb a d/h arány, azaz minél „laposabb” a gépkocsi.

Ahhoz tehát, hogy a gépkocsi nagy sebességgel haladhasson a kanyarban, az szükséges, hogy a pálya sugara, a tapadási súrlódási együttható és a kocsira jellemző d/h arány nagy legyen.

Ez az eredmény a tapasztalattal is megegyezik.