Tekintsük a szökőkutat folytonos tömegeloszlásúnak! Legyen egy pohár tömege M, egy pohár pezsgőé m! Az oszlop magasságát a poharak számával fejezzük ki, legyen az l ($l=16$). Tegyük fel, hogy az l pohár közül x pohárban van pezsgő (1. ábra)! A rendszer T tömegközéppontja olyan y távolságra van az oszlop tetejétől, amelyre

$$\left(y-\frac{x}{2}\right)xm=\left(\frac{l}{2}-y\right)lM,$$

innen

$$y=\frac{Ml^2+mx^2}{2(Ml+mx)}=\frac{l}{2}\cdot\frac{(M/m)+(x/l)^2}{(M/m)+(x/l)}.$$

1984-11-422-1.eps

A feladat szerint ennek a kifejezésnek mint x függvényének az $x=7$ helyen van minimuma. Ha elvégezzük az $M/m=a$, $x/l=b$ helyettesítést az $y=\frac{l}{2}\cdot\frac{a+b^2}{a+b}$ kifejezést kapjuk, ennek mint b függvényének a minimuma a feladat szerint a $b=7/16$ helyen van. Tehát e kifejezés b szerinti deriváltja a $7/16$ helyen nulla. A derivált értéke

$$y'(b)=\frac{l}{2}\cdot\frac{2b(a+b)-(a+b^2)}{(a+b)^2,}$$

így

$$\frac{l}{2}\cdot\frac{\frac{7}{8}\left(a+\frac{7}{16}\right)-[a+(\frac{16}{7})^2]}{\left(a+\frac{7}{16}\right)^2}=0,$$

innen

$$a=\frac{49}{32},\qquad \text{azaz } \frac{M}{m}=\frac{49}{32},\qquad \text{így } M=0,23\,\mathrm{kg}.$$

Egy pezsgőspohár tömege tehát $0,23\,\mathrm{kg}$ lehetett.

Megjegyzések. 1. Bármely más, egyébként helyes modell alapján becsült reális értéket elfogadtunk.

2. Helyesnek fogadtuk el az alábbi gondolatmenetet is: Legyen x tele pohár esetén $y(x)$ a súlypont távolsága az oszlop tetejétől! Az $y(7)<y(8)$ és $y(7)<y(6)$ feltételek alapján egy felső és egy alsó korlátot kaphatunk egy pohár tömegére.