A feladat szövege alapján feltehetjük, hogy a madár a vadász feje fölött van, amikor a golyó eltalálja. Válasszunk egy koordináta-rendszert, amelynek y tengelye felfelé mutat, és az $y=0$ pont a föld szintjében van. Ha a golyó sebessége a puskacső végénél v_0, és a golyó t_1 idő alatt találja el a madarat, ami h magasságban repül a vadász feje fölött, akkor

$$h = y(t_1) = v_0 t_1 - (g/2) l_1^2.$$

(A vadász magasságát elhanyagoltuk h-hoz képest.) Az adatok behelyettesítésével kapott másodfokú egyenlet megoldása $t_1 = 0{,}1$ s. A golyó sebessége a találat pillanatában $v_1 = v_0 - gt_1 = 199$ m/s. (Ez 0,5 %-os sebességcsökkenést jelent).

A golyó lendületének (impulzusának) függőleges komponense a találat előtti pillanatban mv_1 (m a golyó tömege). Jelöljük a madár és a golyó közös sebességének függőleges komponensét a találat után v_2-vel. Ha az „ütközés” rövid ideig tart, akkor felírhatjuk a lendületmegmaradás törvényét a függőleges lendület komponensekre (lásd a 2. megjegyzést):

$$mv_1 = (m+M)v_2, \tag{1}$$

ahol M a madár tömege.

Ezután azt kell meghatároznunk, hogy a h magasságból induló rendszer (a madár és a golyó) mennyi idő alatt ér földet, tudva azt, hogy a rendszer sebességének függőleges irányú összetevője v_2. Legyen ez az idő t_2. Ekkor $y(t_2) = 0$.

A hajítás kezdetén $y = h$, ezért a gyorsuló mozgás út–idő összefüggése alapján

$$0 = y(t_2) = h + v_2 T_2 - (g/2) t_2^2. \tag{2}$$

A számadatokat és v_2 (1)-ből számolt értékét behelyettesítve t_2-re egy másodfokú egyenletet kapunk, amelynek numerikus megoldása $t_2 = 2{,}63$ s. A puska elsütésétől számítva $T = t_1 + t_2 = 2{,}73$ s idő múlva esik le a madár. Látjuk, hogy a madár vízszintes sebességére a számítás során nem volt szükség.

Megjegyzések. 1. Pontosabb számolásnál figyelembe kell venni a vadász magasságát. Felfelé éppen ennyivel kevesebb utat tesz meg a golyó.

2. Vizsgáljuk az ütközési folyamatot. Tegyük fel, hogy a golyóra a fékeződés során a madár állandó F erőt fejt ki. Írjuk fel Newton II. törvényét külön-külön a golyóra és a madárra. Az előző jelöléseket használva

$$mv_2 - mv_1 = -F\tau - mg\tau \tag{3}$$

$$Mv_2 - 0 = F\tau - Mg\tau, \tag{4}$$

ahol τ jelöli az ütközési időt.

A két egyenletet összeadva, majd rendezve:

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{m}{M+m} - g\tau. \tag{5}$$

Az összeadásnál az $F\tau$ tag kiesik, hiszen F belső erő. Ugyanez lenne az eredmény, ha F az ütközés során az időben változna. Ez Newton III. törvényének a következménye. Látjuk, hogy szigorúan nem teljesül a lendületmegmaradás, mint azt az (1) összefüggésben feltételeztük, de könnyen megbecsülhetjük, hogy a $-g\tau$ tag (5)-ben elhanyagolható az első taghoz képest. Fontos megjegyezni, hogy ha van külső erő, ami a rendszer minden tagjára hat, akkor nem teljesül a lendületmegmaradás, ugyanis ekkor a rendszer nem tekinthető zártnak. (A zárt rendszernek éppen az a definíciója, hogy rá külső erő nem hat.) A feladatban a $-mg$ nehézségi erő mindvégig hat a madárra is és a golyóra is.

Becsüljük meg a τ időt! A golyó maximum akkora utat tesz meg, amennyi a madár átlagos mérete. A sebessége v_1-ről v_2-re csökken. A gyorsulása $-a$. Így $v_2 = v_1 - a\tau$ és a megtett út $s = v_1\tau + (-a/2)\tau^2$. Az előző képletet felhasználva

$$s = \frac{v_1 + v_2}{2}\tau.$$

v_2-t a v_1 mellett elhanyagolhatjuk a becslésben, és $s = 10$ cm-t véve $\tau = 10^{-3}$ s. Az (5) egyenletben a $-g\tau$ „korrekció” 10^{-2} m/s, ami tényleg elhanyagolható az első taghoz képest, és így (1) nagyon jó közelítéssel teljesül.