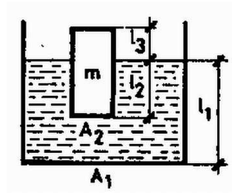

m
$l_3$
$l_2$
$l_1$
$A_2$
$A_1$

*1869. feladat*

Tételezzük fel, hogy $l_1 > l_2 + l_3$, továbbá hogy $\varrho_v > \varrho_t$, ahol $\varrho_v$ a víz, $\varrho_t$ az $m$ tömegű test sűrűsége. Foglalkozzunk először azzal az esettel, amikor $A_2/A_1 \approx 0$, azaz a test víz alá nyomásakor a vízszintemelkedés elhanyagolható!

1984-03-133-1.eps

*1.a ábra*

Amíg a test egy része a vízszint felett van, azaz amíg $0 \le x < l_3$ (1.a ábra), a rá ható felhajtóerő és a súlyerő eredője

$$F = \varrho_v A_2 g(l_2 + x) - mg,$$

ahol $x$ a hasáb elmozdulása kezdeti helyzetéhez viszonyítva. (Ha a test kezdetben úszik, akkor az $x = 0$ esetben ez az erő nulla.) Ezt az erőt a 2. ábrán ábrázoltuk. Az ábráról leolvasható, hogy az $x = l_3$ helyzet eléréséhez

$$W_1 = \varrho_v A_2 g \frac{2l_2 + l_3}{2} l_3 - mgl_3 \tag{1}$$

munkát kell végezni.

Amint a test teljes egészében víz alá kerül, a felhajtóerő állandó lesz mindaddig, míg a hasáb el nem éri az edény alját.

$$F = \varrho_v A_2 g(l_2 + l_3) - mg.$$

Ehhez – mint az az 1.b ábráról könnyen leolvasható – még $(l_1 - l_2 - l_3)$ elmozdulásra van szükség, így a végzett munka:

$$W_2 = \varrho_v A_2 g(l_2 + l_3)(l_1 - l_2 - l_3) - mg(l_1 - l_2 - l_3). \tag{2}$$

1984-03-133-2.eps

*1.b ábra*

A teljes munkát ($A_2/a_1 \approx 0$ esetén) (1) és (2) összege adja (a 2. ábrán a bevonalkázott rész területe).

1984-03-133-3.eps

*2. ábra*

$$\begin{aligned} W = W_1 + W_2 &= \varrho_v A_2 g\left[\frac{2l_2 + l_3}{2} l_3 + (l_2 + l_3)(l_1 - l_2 - l_3)\right] - mg(l_1 - l_2) = \\ &= \varrho_v A_2 g\left[(l_2 + l_3)(l_1 - l_2) - \frac{l_3^2}{2}\right] - mg(l_1 - l_2). \end{aligned} \tag{3}$$

Ha $A_2/A_1 > 0$, akkor edényünkben a víz szintje megemelkedik $\Delta l$-lel (1.b ábra). Ehhez nyilván munkát kell végeznünk, éspedig annyit, amennyi a $\Delta l$ vastagságú vízréteg helyzeti energiája az eredeti vízszinthez képest:

$$\Delta W = \Delta E_h = \varrho_v g A_1 \Delta l \cdot \frac{\Delta l}{2} = \varrho_v A_1 g \frac{(\Delta l)^2}{2}. \tag{4}$$

A térfogatnövekedést a hasáb kiálló részének víz alá nyomása eredményezte, ezért $\Delta V = A_1 \cdot \Delta l = A_2 l_3$, ahonnan

$$\Delta l = \frac{A_2}{A_1} l_3. \tag{5}$$

Így (4) alapján

$$\Delta W = \varrho_v A_2 g \frac{A_2}{A_1} \frac{l_3^2}{2}. \tag{6}$$

A tényleges munkavégzés tehát az $A_2/A1 \neq 0$ esetben (3) és (6) összege:

$$W_{\text{összes}} = \varrho_v A_2 g\left[(l_2 + l_3)(l_1 - l_2) - \frac{l_3^2}{2}\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)\right] - mg(l_1 - l_2),$$

ami tehát annál nagyobb, minél közelebb van az $A_2/A_1$ viszony az 1-hez.