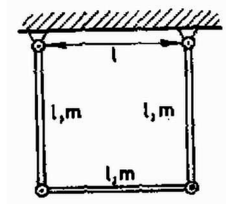

I. megoldás. Kitérítve, majd magára hagyva a rendszert, az összenergia, vagyis a helyzeti és a mozgási energiák összege állandó

(1) $$E = E_h + E_m.$$

1984-02-090-1.eps

1. ábra

A helyzeti energia az 1. ábra alapján

$$E_h = mgh + mgh/2 + mgh/2 = 2mgh,$$

ahol $h = l(1 - \cos\varphi)$. Ha φ kicsi, $\cos\varphi \approx 1 - \varphi^2/2$. Ezek alapján

$$E_h \cong mgl\varphi^2.$$

A rendszer mozgási energiája a három rúd mozgási energiájának összege:

$$E_m = E_m^1 + E_m^2 + E_m^3.$$

Legyen a rendszer pillanatnyi szögsebessége $\omega(t)$! A két szélső rúd mozgási energiája az A, illetve B pont körüli forgás energiájával egyenlő:

$$E_m^1 = E_m^2 = (1/2)\Theta\omega^2,$$

ahol $\Theta = (1/3)ml^2$. Az alsó rúd minden pontja $l\omega$ sebességgel mozog, ezért

$$E_m^3 = (1/2)m(l\omega)^2 = (1/2)ml^2\omega^2.$$

Tehát $E_m = (5/6)ml^2\omega^2$.

Tekintsünk egy m' tömegű, l' hosszúságú fonálingát, amelynek lengésideje, maximális szögkitérése és rezgési energiája megegyezik a három rúdból álló rendszerével! Ekkor a két rendszer maximális szögsebessége is megegyezik. Erre a fonálingára a fentiekhez hasonlóan

$$E_m = (m'/2)(\omega l')^2; \quad E_h = m'gl'(1 - \cos\varphi) \approx m'gl'\varphi^2/2.$$

A szélső helyzetben a két rendszer helyezeti energiája megegyezik:

(1) $$m'gl'\varphi_{\max}^2/2 = mgl\varphi_{\max}^2.$$

A középső helyzetben a mozgási energiák egyenlők:

(2) $$(m'/2)(\omega_{\max}l')^2 = (5/6)ml^2\omega_{\max}^2.$$

A két egyenletből

$$l' = (5/6)l.$$

A fonálinga lengésidő képletét felhasználva kapjuk a keresett lengésidőt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{5l}{6g}}.$$

II. megoldás. A rendszer vízszintes rúdjának minden pontja haladó mozgást végez, ugyanazzal a sebességgel, mint a C és D végpontok.

1984-02-090-2.eps

2. ábra

Az 1. és 2. rúd kitérése megegyezik, ezért rendszerünk helyettesíthető a 2. ábrán látható rendszerrel, amit egy l hosszúságú, de $2m$ tömegű rúd, és a rúd végén található m tömegű tömegpont alkot. A két rendszer lengésideje megegyezik. Ez utóbbira $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Theta}{Mgs}}$, ahol Θ a rendszer tehetetlenségi nyomatéka a forgáspontra nézve, s a súlypont távolsága a felfüggesztéstől, M pedig a rendszer össztömege.

$$\Theta = (1/3)(2m)l^2 + ml^2, \quad s = (2/3)l, \quad M = 3m.$$

Így

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{5\,l}{6\,g}}.$$