I. megoldás. Az l hosszúságú rézhuzalon Δt idő alatt

(1) $$Q = I^2 R(T) \cdot \Delta t$$

Joule hő fejlődik. ($R(T)$ a huzal ellenállását jelöli T hőmérsékleten.) A fajlagos ellenállás hőfokfüggéséből:

(2) $$R(T) = (\varrho_0 l/A)[1 + \alpha(T - T_0)].$$

A rövid Δt idő alatt a vezeték hőmérsékletváltozása legyen ΔT, így az általa felvett hő

(3) $$Q = cm\Delta T,$$

ahol $c = 385$ J/kg°C, a réz fajhője, amelyről feltesszük, hogy nem függ a hőmérséklettől; m az l hosszúságú huzal tömege,

(4) $$m = \varrho_r Al,$$

$\varrho = 8{,}96 \cdot 10^3$ kg/m^3 a rézhuzal sűrűsége.

Mivel a sugárzási veszteségektől eltekintünk, az (1) Joule hő egyenlő a (3) hőfelvétellel. Így felhasználva a (2) és (4) összefüggést, rendezés után kapjuk:

(5) $$\Delta T/\Delta t = (I/A)^2 \cdot (\varrho_0/c\varrho_r)[1 + \alpha(T - T_0)].$$

Az (5) összefüggés alapján numerikusan számoljuk ki azt az időt, amíg a huzal eléri a T_{olv} olvadáspontot ($T_{\mathrm{olv}} = 1356$ K). Osszuk fel a $[T_0, T_{\mathrm{olv}}]$ hőmérséklet intervallumot n egyenlő részre. Ekkor

$$\Delta T = \frac{T_{\mathrm{olv}} - T_0}{n}.$$

Az i-edik hőmérséklet intervallumhoz Δt_i idő tartozik. Így az olvadásig eltelt idő:

$$t = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i.$$

A Δt_i értékeket az (5) alapján számolhatjuk:

$$\Delta t_i = \frac{1}{(I/A)^2(\varrho_0/c\varrho_r)} \cdot \frac{\Delta T}{1 + \alpha(T_i - T_0)},$$

ahol $T_i = T_0 + i\Delta T = T_0 + i\,\dfrac{T_{\mathrm{olv}} - T_0}{n}$ az i-edik intervallumra jellemző hőmérséklet.

Végül az előző két kifejezés alapján

(6) $$i = \frac{1}{(\varrho_0/c)(I/A)^2}(T_{\mathrm{olv}} - T_0)\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n + i\alpha(T_{\mathrm{olv}} - T_0)}.$$

A (6) kifejezés alapján $n = 250$ felosztás esetén t-re a következő numerikus értéket kapjuk zsebszámológéppel: $t = 23{,}01\ \mathrm{s} \approx 23$ s.

A rézhuzal szerkezetének inhomogenitása miatt nem a teljes huzal kezd el olvadni, hanem csak egy bizonyos pontja. Az olvadási idő igen rövid, körülbelül $1 - 2$ s lehet. (Számszerűen az olvadás idejének csak a nagyságrendjét tudjuk megadni.) Ezért a huzal elszakadásáig eltelt idő $23 - 25$ s nagyságú.

II. megoldás. Induljunk ki az (5) kifejezésből. $\Delta t \to 0$ esetén a bal oldal határértéke

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}.$$

Ez pedig a hőmérséklet idő szerinti differenciálhányadosa. Így (5) alapján

(7) $$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{I}{A}\right)^2 \frac{\varrho_0}{c\varrho_r}[1 + \alpha(T - T_0)].$$

Vezessük be a $T^* = 1 + \alpha(T - T_0)$ új változót. Ekkor (7) új alakja

$$\frac{\mathrm{d}T^*}{\mathrm{d}t} = B \cdot T^*, \qquad \text{ahol } B = \left(\frac{I}{A}\right)^2 \frac{\varrho_0 \alpha}{c\varrho_r}.$$

Ennek az összefüggésnek (ún. differenciálegyenletnek) eleget tesznek a $T^*(t) = De^{Bt}$ képlettel megadott függvények (D tetszőleges állandó lehet). Továbbá ismeretes, hogy ha egy függvény egy intervallumon kielégíti a fenti differenciálegyenletet, akkor szükségképpen $T^*(t) = De^{Bt}$ alakú.

A D együtthatót a kezdeti $t = 0$ időpillanatban felvett T^* alapján határozhatjuk meg. $T^*(0) = D = 1$. Az utóbbi egyenlőséget abból kapjuk, hogy $t = 0$-nál $T = T_0$, és így $T^*(0) = 1$. Tehát

$$T(t) = T_0 + (1/\alpha)(e^{Bt} - 1).$$

Ha az olvadásig eltelt idő t, akkor $T(t) = T_{\mathrm{olv}}$. Ebből

$$t = (1/B)\ln[1 + \alpha(T_{\mathrm{olv}} - T_0)] = \frac{1}{(I/A)^2(\varrho_0\alpha/c\varrho_r)}[\ln 1 + \alpha(T_{\mathrm{olv}} - T_0)].$$

Numerikusan számolva $t = 23{,}1$ s.