

A szemünkbe csak azok a fénysugarak jutnak el, amelyek a szemünknél elérik az optikai tengelyt vagy – végtelen messze levő megfigyelő esetén – párhuzamosak az optikai tengellyel. Így az a fénysugár, amely a golyó leghátsó részéről indul és még eljut a szemünkbe, olyan, hogy a meghosszabbítása átmegy a fókuszponton. Tehát az a legkedvezőbb eset, ha a golyó a fókuszpont és a lencse által meghatározott kúpot belülről érinti (1. ábra).

1984-01-038-1.eps

1. ábra

Ekkor

$$\operatorname{tg} \alpha = R/f, \quad \sin \alpha = \frac{R/f}{\sqrt{1 + (R/f)^2}}.$$

A látható és a teljes felszín aránya

$$c = \frac{2\pi r^2 + 2\pi r^2 \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R/f}{\sqrt{1 + (R/f)^2}} \right).$$

Ha r olyan nagy, hogy a golyó nem fér bele ebbe a képzeletbeli kúpra, akkor a legnagyobb látható részt a golyót érintő és a lencse szélén áthaladó fénysugarak határozzák meg. Nyilván az az optimális eset, ha a golyó érinti a lencsét (2. ábra).

1984-01-039-1.eps

2. ábra

A 2. ábrából leolvasható a $\sin \left(\frac{90^\circ - \alpha}{2} \right) = r/\sqrt{R^2 + r^2}$ összefüggés, ebből

$$\sin \alpha = 2 \frac{R^2}{r^2 + R^2} - 1.$$

A látható és a teljes felszín aránya

$$c' = \frac{1}{2}(1 + \sin \alpha) = \frac{R^2}{r^2 + R^2}.$$