

A két test mozgásegyenletei a következők:

$$\begin{aligned} (1) \quad & MA = F - S_1 - N_2, \\ (2) \quad & mA = N_2, \\ (3) \quad & ma = F - mg - S_2, \end{aligned}$$

ahol  $A$  a testek vízszintes irányú,  $a$  az  $m$  tömegű testfüggőleges irányú gyorsulása,  $S_1$  a talaj és az  $M$  tömegű test közt,  $S_2$  a két test közt ható súrlódási erő,  $N_2$  a testek közt ható nyomóerő.

1984-01-035-2.eps

Az  $M$  tömegű testre ható függőleges erők egyensúlya miatt

$$(4) \quad N_1 = Mg + F - S_2,$$

ahol  $N_1$  az  $M$  tömegű testre ható nyomóerő.

Az  $F$ ,  $\mu$ ,  $M$  és  $m$  paraméterek értékétől függően a két test többféleképpen mozoghat:

I. Ha

$$F \leq \mu(Mg + F), \quad \text{azaz} \quad F \leq \mu Mg / (1 - \mu),$$

akkor  $M$  áll,  $A = 0$ . Továbbá  $N_2 = 0$ ,  $S_2 = 0$ , és (3) miatt  $a = F/m - g$ .

II. Ha  $F > \mu Mg / (1 - \mu)$ , akkor a testek vízszintes irányban elmozdulnak,  $A > 0$ .

1984-01-036-3.eps

Ebben az esetben háromféle mozgás lehetséges:

- a)  $a > 0$ ;  $m$  felfelé mozog,
- b)  $a = 0$ ;  $m$  és  $M$  összetapadva mozog,
- c)  $a < 0$ ;  $m$  lefelé mozog.

$$\begin{aligned} (5) \quad & a) \quad S_1 = \mu N_1, \\ (6) \quad & S_2 = \mu N_2, \\ (7) \quad & F > mg + S_2. \end{aligned}$$

Az (1)–(6)-egyenletrendszerből

$$A = \frac{(1 - \mu)F - \mu Mg}{M + m - \mu^2 m},$$

$$a = \frac{F}{m} - g - \mu A = \frac{M + m - \mu m}{m(M + m - \mu^2 m)} \left( F - mg \frac{(M + m)(1 - \mu^2)}{M + m - \mu m} \right).$$

(7)-ből azt kapjuk, hogy ekkor teljesülnie kell az

$$(8) \quad F > mg \frac{(M + m)(1 - \mu^2)}{M + m - \mu m}$$

feltételnek.

$$\begin{aligned} (9) \quad & b) \quad S_1 = \mu N_1, \\ (10) \quad & S_2 = F - mg, \\ (11) \quad & |S_2| \leq \mu N_2. \end{aligned}$$

Az (1)–(4), (9), (10) egyenletrendszerből

$$A = F / (M + m) - \mu g, \quad a = 0.$$

Ennek a mozgásnak a szükséges feltétele (11) alapján:

$$(12) \quad mg \frac{(M + m)(1 + \mu^2)}{M + m + \mu m} \leq F \leq mg \frac{(M + m)(1 - \mu^2)}{M + m - \mu m}.$$

$$(13) \quad c) S_1 = \mu N_1,$$

$$(14) \quad S_2 = -\mu N_2,$$

$$(15) \quad F < mg - S_2.$$

A korábbiakhoz hasonlóan kapjuk az (1)–(4), (13)–(15) egyenletrendszerből a gyorsulásokat és a megvalósulás feltételeit:

$$A = \frac{(1 - \mu)F - \mu Mg}{M + m + \mu^2 m},$$
$$a = \frac{F}{m} - g + \mu A = \frac{M + m + \mu m}{m(M + m + \mu^2 m)} \left( F - mg \frac{(M + m)(1 + \mu^2)}{M + m + \mu m} \right),$$
$$(16) \quad F < mg \frac{(M + m)(1 + \mu^2)}{M + m + \mu m}.$$

Mivel a (8), (12), (16) feltételek közül mindig pontosan egynek teljesülnie kell, és a II. esetben  $a$ ),  $b$ ) és  $c$ ) kimerítik a rendszer mozgására vonatkozó összes lehetőséget, azért a (8), (12), (16) feltételek nemcsak szükségesek, hanem elégségesek is az  $a$ ),  $b$ ), illetve  $c$ ) szerinti mozgás megvalósulásához.