Jelöljük a, b, c betűkkel az ellipszis nagytengelyének, kistengelyének, illetve fókuszai távolságának felét. A Nap mindkét ellipszis fókuszában van, ezért az ütközési pont és a Nap távolsága két módon is kifejezhető az ellipszisek adataival: $a_1 + c_1 = a_2 - c_2$. Az ellipszisek hasonlóak, a hasonlósági arányt n jelöli ($a_2 = na_1$, $c_2 = nc_1$). Ezt felhasználva az előző egyenletből n-re a következő kifejezést kapjuk:

$$n = \frac{1 + (c_1/a_1)}{1 - (c_1/a_1)} = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}, \tag{1}$$

ahol $\varepsilon = c_1/a_1 = c_2/a_2$ az ellipszisek hasonlósága miatt.

1984-01-034-1.eps

Kepler II. törvénye értelmében a területi sebesség a pálya bármely pontjában állandó: $\pi ab/T'$, ahol πab az ellipszis területe, T a keringési idő. Ha az ütközés előtti sebességeket v_1-gyel és v_2-vel, az ütközés utánit v-vel jelöljük, akkor a területi sebességek a két ellipszispályára és az ütközés utáni körpályára vonatkozóan így írhatók fel:

$$\frac{1}{2}(a_1 + c_1)v_1 = \frac{\pi a_1 b_1}{T_1}, \tag{2}$$

$$\frac{1}{2}(a_2 - c_2)v_2 = \frac{\pi a_2 b_2}{T_2}, \tag{3}$$

$$\frac{1}{2}(a_1 + c_1)v = \frac{\pi (a_1 + c_1)^2}{T}, \tag{4}$$

Innen a sebességek arányai:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{(a_1+c_1)^2 T_1}{a_1 b_1 T}; \qquad \frac{v_2}{v_1} = \frac{a_2 b_2 T_1}{a_1 b_1 T_2}. \tag{5}$$

Kepler III. törvénye szerint a keringési idők négyzetének aránya megegyezik a félnagytengelyek köbének arányával, így

$$\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{a_1^3}{(a_1+c_1)^3}}; \qquad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{a_1^3}{a_2^3}}.$$

Ezt és az ellipszisre vonatkozó $b_1 = \sqrt{a_1^2 - c_1^2}$ összefüggést alkalmazva

$$\frac{v}{v_1} = \frac{(a_1+c_1)^2}{a_1 b_1}\sqrt{\frac{a_1^3}{(a_1+c_1)^3}} = \sqrt{\frac{1}{1-(c_1/a_1)}} = \sqrt{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \sqrt{\frac{n+1}{2}};$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{a_2 b_2}{a_1 b_1}\sqrt{\frac{a_1^3}{a_2^3}} = \sqrt{n}. \tag{6}$$

Az ütközés utáni közös sebesség az impulzusmegmaradás tételéből határozható meg:

$$v = \frac{m_1 v_1 + k m_1 v_2}{m_1 + k m_1}. \tag{7}$$

Beírva a sebességek arányaira korábban kapott kifejezéseket ((6) egyenletek), és a k tömegarányt kifejezve az alábbi összefüggés adódik:

$$k = \frac{1 - \sqrt{(n+1)/2}}{\sqrt{(n+1)/2} - \sqrt{n}}. \tag{8}$$

A számadatokkal $k = 1{,}62$.