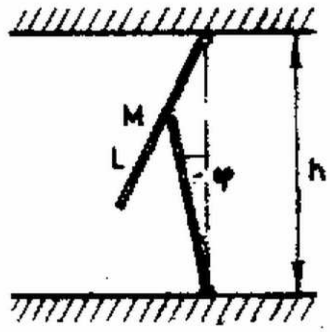
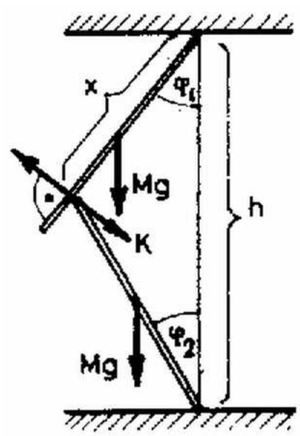



Jelölje $K$ a két rúd közt ható erőt! Mivel nincs súrlódás, $K$ merőleges a felső rúdra. Írjuk fel a forgatónyomatékok egyensúlyát a nyugalmi helyzetben az alsó, ill. a felső rúdra!

(1) $$Mg(L/2)\sin\varphi_2 = KL\ \sin(\pi/2-\varphi_1-\varphi_2),$$

(2) $$Mg(L/2)\sin\varphi_1 = Kx.$$




A szinusztételből

(3) $$x/L = \sin\varphi_2/\sin\varphi_1,$$

a koszinusztételből

(4) $$h^2 = x^2 + L^2 - 2Lx\ \cos(\pi-\varphi_1-\varphi_2).$$

A négy egyenlet rendezésével kiküszöbölhetjük $\varphi_1, \varphi_2$-t és $K$-t. Így a következő összefüggést kapjuk:

(5) $$\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{h^2-L^2}{L^2} = 0.$$

Adott $h$-hoz kiszámítható $x$ és ebből a szögek.

Vizsgáljuk meg, mikor van megoldása az (5) egyenletnek!

Nyilván $0 < x \leqq L$.

Ebben az intervallumban az $\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)^2$ kifejezés monoton növő függvénye $x$-nek, $x=0$-ban értéke nulla, tehát az (5) egyenletnek csak akkor létezhet megoldása, ha $h > L$. Az említett kifejezésnek maximuma van $x = L$-nél és ekkor értéke $3/2$. Tehát ahhoz, hogy az (5) egyenletnek létezzék megoldása, teljesülnie kell a

$$\frac{3}{2} \geqq \frac{1}{2}\frac{h^2-L^2}{L^2}$$

egyenlőtlenségnek. Ez ekvivalens a $h \leqq 2L$ feltétellel.

Ahhoz tehát, hogy az (5) egyenletnek legyen olyan megoldása, amelyre $0 < x \leqq L$, szükséges, hogy teljesüljön az $L < h \leqq 2L$ feltétel. Könnyen belátható, hogy ez elégséges feltétel is. $h = 2L$ esetén azonban olyan megoldást kapunk, amelyre $\varphi = 0$. Tehát a csuklók tetszőleges $L < h < 2L$ távolsága esetén az (1)-(4) egyenletrendszernek van megoldása, s így ekkor a pálcáknak van olyan egyensúlyi helyzete, amelyre $0 < \varphi < \pi/2$.

**Faragó Béla**