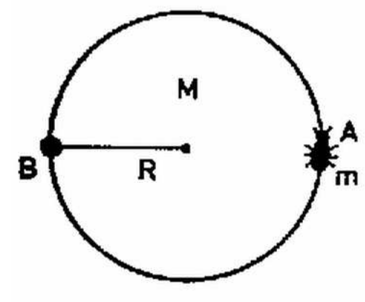
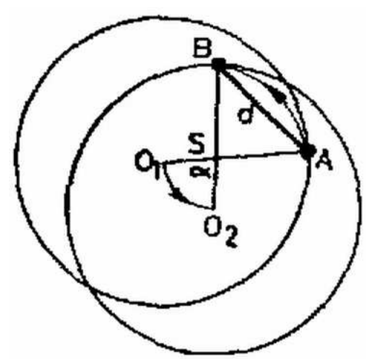


A korong mozgását két részből tehetjük össze: forog a tömegközéppontja körül, és a tömegközéppontja is elmozdul. Mivel nem hatnak vízszintes külső erők (a közegellenállást elhanyagoljuk), a bogár és a korong közös S súlypontja a mozgás során egy helyben marad (l. az ábrát).



1. ábra

Az S pont távolsága a korong O súlypontjától $[m/(M+m)]R$, a bogártól $[M/(M+m]R$. Ez a két távolság állandó, így ez a két pont egy adott időpontban azonos ω szögsebességgel fog körpályán mozogni S körül. Ezenkívül a korong Ω szögsebességgel foroghat a tömegközéppontja körül.

A kezdeti impulzusmomentum zérus, és végig az is marad:

$$M\left(\frac{m}{M+m}R\right)^2\omega+m\left(\frac{M}{M+m}R\right)^2\omega+\frac{1}{2}MR^2\Omega=0,$$

ebből

$$\Omega=-\frac{2m}{M+m}\omega.$$

A bogárnak a koronghoz viszonyított szögsebessége:

$$\omega-\Omega=\frac{M+3m}{M+m}\,\omega.$$

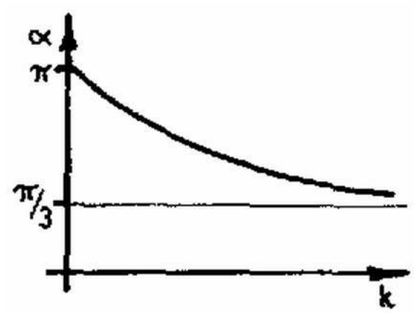
Az azonos idő alatt történt szögelfordulások arányosak a szögsebességekkel, ha tehát a bogár a korong kerületén π szöggel ment odébb, akkor a külső megfigyelőhöz képest a szögelfordulás

$$\alpha=\pi\frac{\omega}{\omega-\Omega}=\frac{M+m}{M+3m}\pi,$$

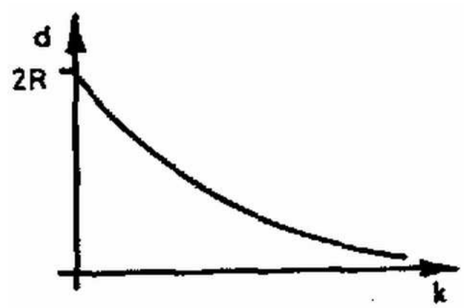
(és ez független attól, hogy a szögsebesség a mozgás során állandó volt-e vagy sem). Ezt a szögelfordulást a bogár egy $\dfrac{M}{M+m}R$ sugarú pályán teszi meg, az elmozdulás tehát

$$d=2\frac{M}{M+m}R\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{M+m}{M+3M}\right).$$

A különféle esetek áttekinthetőbbek, ha ábrázoljuk α-t és d-t $m/M=k$ függvényében (2–3. ábra).



2. ábra



3. ábra

Ha $k \ll 1$ (a bogár tömege igen kicsi), a korong gyakorlatilag egy helyben marad: $\alpha = \pi$, $d = 2R$. A másik határeset az, amikor a korong tömege a sokkal kisebb: $k \gg 1$. Ekkor a bogár marad egy helyben, csak hajtja maga alatt a korongot, aminek a középpontja a B pontba érkezésekor $\pi/3 = 60^{\circ}$-kal kerüli meg a bogarat.

Rácz Attila (Sopron, Berzsenyi D. Gimn., III. o. t.)