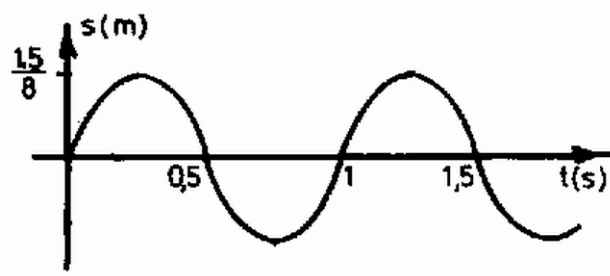


Jelöljük s -sel a szelep vízszint feletti magasságát, akkor a sebesség-idő grafikonból meghatározható az út-idő grafikon (1. ábra).



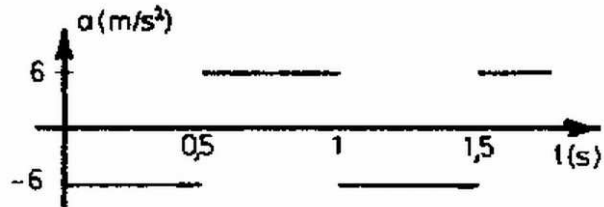
1. ábra

Az $n \cdot 0,5$ s és $(n + 1) \cdot 0,5$ s időintervallumban

$$s(t) = (-1)^n [v_0(t - n \cdot 0,5 \text{ s}) + (a/2)(t - n \cdot 0,5 \text{ s})^2]$$

ahol $v_0 = 1,5$ m/s és $a = 6$ m/s² értékek a sebesség-idő grafikonból leolvashatók.

A gyorsulás-idő grafikon a 2. ábrán látható.



2. ábra

Számítsuk ki a nyomást a szelep fölött (p_1) és alatt (p_2)! Ha a szelep fölött h magasságú vízoszlop van, amelynek gyorsulása a (a iránya felfelé pozitív), akkor Newton II. törvénye alapján

$$(1) \quad p_1 A - p_0 A - h \cdot A \cdot \rho \cdot g = h \cdot A \cdot \rho \cdot a,$$

ahol A a cső keresztmetszete, ρ a víz sűrűsége, p_0 a külső nyomás. (1)-ből

$$(2) \quad p_1 = p_0 + h\rho(g + a).$$

A szelep alatti gyorsított víz tömege $H \cdot A \cdot \rho$. Most erre a víztömege írjuk fel Newton II. törvényét:

$$(3) \quad p_0 A + (H - s)A \cdot \rho \cdot g - \rho \cdot H \cdot A \cdot g - p_2 A = H \cdot A \cdot \rho \cdot a.$$

Az egyenlet bal oldalának második tagja a szelep alatti vízre ható felhajtóerő. (3)-ból

$$(4) \quad p_2 = p_0 - (sg + aH)\rho.$$

Ha a mozgás folyamán van olyan időpont, amikor $p_1 < p_2$, akkor a szelepen keresztül további víz áramlik a szelep fölé, tehát a szelep fölött a víz magassága még nő. Ha viszont a mozgás során végig teljesül a $p_1 \geq p_2$ egyenlőtlenség, akkor a szelep fölött a víz magassága nem emelkedik tovább, h eléri a maximális értéket. (2) és (4) alapján a $p_1 \geq p_2$ egyenlőtlenség így írható:

$$p_0 + h\rho(g + a) \geq p_0 - (sg + aH)\rho,$$

azaz

$$(5) \quad h \geq -\frac{sg + aH}{g + a}.$$

Ezért a szelep fölötti vízoszlop magasságának maximális értéke (5) jobb oldalának az összes t értékre vett maximuma:

$$(6) \quad h_{\max} = \max_t \left[-\frac{s(t)g + a(t)H}{g + a(t)} \right].$$

Ugyanis $h < h_{\max}$ esetén a fentiek szerint van olyan időpillanat, amikor $p_1 < p_2$, így ekkor a vízoszlop magassága tovább nő. Viszont $h = h_{\max}$ esetén a mozgás folyamán már végig teljesül a $p_1 \geq p_2$ egyenlőtlenség, ezért a vízszint tovább nem emelkedhet a szelep fölött.

Az út- t és gyorsulás- t grafikonok alapján könnyen kiszámolható, hogy azokon a szakaszokon, ahol $a = -6 \text{ m/s}^2$, (5) jobb oldalának maximális értéke negatív, ahol pedig $a = 6 \text{ m/s}^2$, ott (5) jobb oldalának maximális értéke 2,25 m. Eszerint $h_{\max} = 2,25 \text{ m}$.

Benyó Zoltán (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)