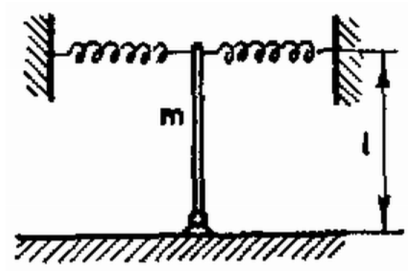
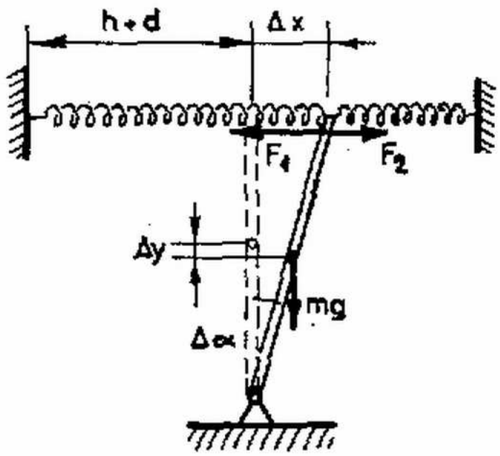


I. megoldás. Egy test stabil egyensúlyi helyzetben van, ha helyzetéből kis mértékben kitérítve, visszatér eredeti helyzetébe. Nézzük meg, milyen feltételek mellett tér vissza a rúd a függőleges helyzetbe! Jelöljük a rugók eredeti hosszát h-val, megnyúlásukat az egyensúlyi helyzetben d-vel! (Ha a rugók az egyensúlyi helyzetben össze vannak nyomva, akkor d negatív.) Térítsük ki a rudat eredeti helyzetéből $\Delta\alpha$ szöggel, ahogy az az ábrán látható!



Igen kis kimozdítás esetén a rugók helyzete még vízszintesnek tekinthető. Megnyúlásuk Δx-szel változik meg, így $F_1 = D(d + \Delta x)$ illetve $F_2 = D(d - \Delta x)$ nagyságú erővel hatnak a rúdra. A rúdra hat még az $m \cdot g$ nehézségi erő, és a csuklóban fellépő erő. A rúd akkor billen vissza eredeti helyzetébe, ha a rá ható erők forgatónyomatéka ezt lehetővé teszi. A rugóerők hatásvonala a forgástengelytől l távolságra van, a nehézségi erő hatásvonala pedig $\Delta x/2$ távolságra. Így a visszabillenés feltétele:

$$D(d + \Delta x)l - D(d - \Delta x)l - mg\ \Delta x/2 > 0.$$

Az egyenlőtlenséget átrendezve a direkciós erőre a következő korlátot kapjuk:

$$D > \frac{mp}{4l}.$$

K. Kiss Ambrus (Nagykőrös, Arany J. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. A virtuális munka elve értelmében egy rendszer akkor van stabil egyensúlyi helyzetben, ha ebből a helyzetből kicsit kitérítve, a rendszer energiája növekszik. Az előző megoldás jelöléseit használva írjuk fel, hogyan változik a rendszer energiája! A rúd függőleges helyzetében a rugók együttes energiája $2 \cdot (1/2)Dd^2$, a rúd helyzeti energiája pedig $mg(l/2)$, ha a helyzeti energia nulla szintjét a vízszintes talajhoz rögzítjük. Ha a rudat $\Delta\alpha$ szöggel kitérítjük, a rugók együttes energiája $(1/2)D(d+\Delta x)^2 + (1/2)D(d-\Delta x)^2$ lesz, a rúd helyzeti energiája pedig $mg(1/2 - \Delta y)$. A stabil egyensúlyi helyzet feltétele az energia növekedése, azaz

$$2 \cdot (1/2)Dd^2 + mg(l/2) < (1/2)D(d + \Delta x)^2 + (1/2)D(d - \Delta x)^2 + mg(l/2 - \Delta y).$$

Az ábráról leolvashatók a következő összefüggések:

$$\Delta x \approx l\Delta\alpha, \quad \Delta y \approx \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{\Delta\alpha}{2} \approx \frac{l\Delta\alpha}{2} \cdot \frac{\Delta\alpha}{2} = \frac{l(\Delta\alpha)^2}{4}.$$

Ezeket az összefüggéseket felhasználva az előző egyenlőtlenségből a direkciós erőre ismét az előbbi feltételt kapjuk.

Kiss András (Kőszeg, Jurisich M. Gimn., II. o. t.)