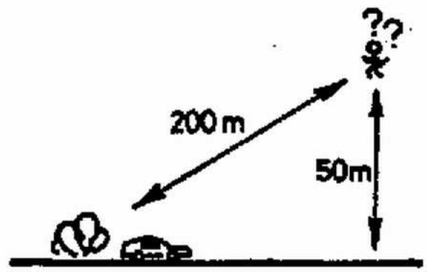
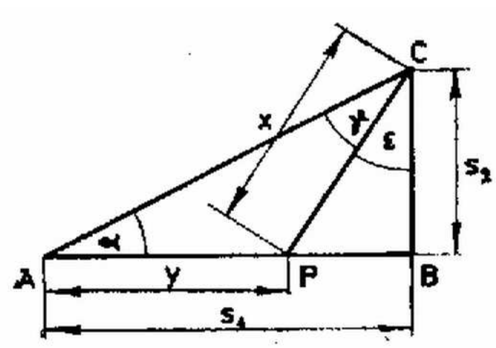


I. megoldás. Jelölje P azt a pontot, ahol a gyalogos és az autó találkozik. Legyen t az indulástól a találkozásig eltelt idő, x a gyalogos, y az autó által megtett út (1. ábra).



Ekkor

(1)
$$x = vt, \quad y = ut,$$

ahol v a gyalogos, u az autó sebessége. Az ábrán jelölt CBP háromszög derékszögű, így

(2)
$$x^2 = s_2^2 + (s_1 - y)^2,$$

ahol $s_2 = 50$ m, $s_1 = \sqrt{200^2 - 50^2}$ m $= 193{,}6$ m.
Rendezve az (1), (2) összefüggéseket, és beírva az ismert adatokat, a következő egyenletet kapjuk:

(3)
$$(3t)^2 = 50^2 + \left(\sqrt{375} \cdot 10 - 10t\right)^2.$$

Az egyenlet két megoldása

$$t_1 = 24{,}9 \text{ s}, \quad t_2 = 17{,}6 \text{ s}.$$

Ezekből meghatározható x és y, ezek segítségével pedig a CP és a függőleges által bezárt szög:

$$\varepsilon_1 = 48^\circ, \qquad \varepsilon_2 = -19^\circ.$$

A legkisebb sebesség ($v_{\min}$) meghatározásához is az előző összefüggéseket használjuk. A gyalogos a találkozásig most $x' = v_{\min}\, t$ utat tesz meg. A (3) egyenlet most a következőképpen módosul:

(4)
$$(v_{\min} t)^2 = 50^2 + \left(\sqrt{375} \cdot 10 - 10t\right)^2.$$

Ezt az egyenletet átrendezve a

(5)
$$t^2(100 - v_{\min}^2) - t \cdot 200\sqrt{375} + 40\,000 = 0$$

egyenlethez jutunk. Olyan $v_{\min}$ értéket keresünk, amely a lehető legkisebb ($0 < v_{\min} \leqq 3$ m/s), de amely mellett még eléri a gyalogos az autót, vagyis van t-ben megoldása az (5) egyenletnek. Az (5) egyenlet bal oldalán álló másodfokú függvény képe egy parabola. Könnyen látható, hogy ha az (5)-beli függvény másodfokú tagjának együtthatójában $v_{\min}$ értéke csökken, akkor a parabola minimumának értéke nő. Ezért a legkisebb $v_{\min}$ érték, amely mellett még van gyöke az (5) egyenletnek, akkor adódik, amikor a minimum 0. Ekkor az (5) egyenletnek egy gyöke van, azaz a diszkriminánsa nulla:

$$10^4\left[1500 - 16(100 - v_{\min})^2\right] = 0$$

amiből $v_{\min} = 2{,}5$ m/s. A gyalogosnak ekkor $\varepsilon = 14{,}5^\circ$ irányban kell futnia.

Dobos Borbála (Szolnok, Verseghy F. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Az előző megoldásban használt jelöléseket alkalmazva írjuk fel az APC háromszögre a szinusz-tételt:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=\frac{x}{y}=\frac{v}{u}. \tag{6}$$

Innen $\gamma=\operatorname{arc}\ \sin\left[(u/v)\sin\alpha\right]$. Ennek segítségével az ε szög meghatározható. A (6) egyenletből

$$v=u\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}. \tag{7}$$

v értéke akkor minimális, ha a (7) összefüggés jobb oldalán álló kifejezés értéke minimális, azaz $\sin\gamma$ értéke maximális, vagyis $\gamma=90^\circ$. Ekkor $v_{\min}=u\sin\alpha$, a futónak pedig az AC-re merőleges irányban kell futnia.

Tóth Árpád (Kecskemét, Katona J. Gimn., III. o. t.)