

Mozogjon a denevér  $v_1$ , a lepke  $v_2$  sebességgel. Feltehető, hogy  $v_1 < c$  és  $v_2 < c$ , ahol  $c$  a hang terjedési sebessége levegőben.

A denevér  $f_1$  frekvenciájú hangot bocsát ki, a lepke  $f'$  frekvenciájú hangot észlel és ezt veri vissza, amit a denevér  $f_2$  frekvenciának észlel. Teremtünk kapcsolatot  $f_1$  és  $f_2$  között!

A Doppler hatás alapján – ha  $v_1$  sebességgel mozog a hangforrás (denevér) és  $v_2$  vel a megfigyelő (lepke) – a kibocsátott ( $f_1$ ) és észlelt ( $f'$ ) frekvencia között a következő kapcsolat áll fenn:

$$(1) \quad f' = f_1 \frac{1 - \frac{v_2}{c}}{1 - \frac{v_1}{c}}.$$

A lepkéről történő visszaverődést úgy tekinthetjük, mintha egy  $v_2$  sebességgel mozgó hangforrás  $f'$  frekvenciájú hangot bocsátana ki. A hang terjedési iránya most ellentétes a sebességek irányával, így a denevér által észlelt hang frekvenciája:

$$(2) \quad f_2 = f' \frac{1 + \frac{v_1}{c}}{1 + \frac{v_2}{c}}.$$

Az (1), (2) egyenletek felhasználásával kifejezhetjük  $v_2$ -t:

$$(3) \quad v_2 = c \frac{c(f_1 - f_2) + v_1(f_1 + f_2)}{c(f_1 + f_2) + v_1(f_1 - f_2)}.$$

Ennek felhasználásával könnyen beláthatjuk, hogy  $v_2 > v_1$ , tehát a denevér nem éri utol a lepkét. Ugyanis a

$$c^2 > v_1^2, \quad f_1 > f_2$$

egyenlőtlenségekből következik, hogy

$$c [c(f_1 - f_2) + v_1(f_1 + f_2)] > v_1 [c(f_1 + f_2) + v_1(f_1 - f_2)].$$

Innen (3) figyelembevételével valóban adódik, hogy  $v_2 > v_1$ .

*Árkossy Ottó (Esztergom, Dobó K. Gimn., IV. o. t.)*

*Megjegyzés.* Sokan a lepkéhez rögzített koordináta-rendszerben próbálták megoldani a feladatot, és figyelmen kívül hagyták, hogy ekkor a Doppler hatás képletében a hangsebességet  $(c - v_2)$ -nek, illetve  $(c + v_2)$ -nek kell tekinteni.