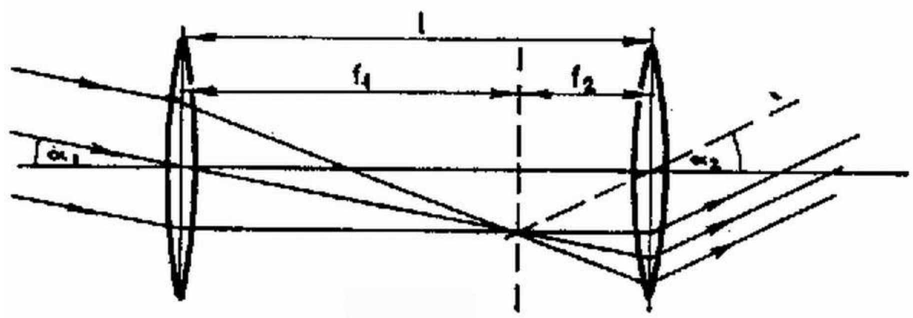
a) A Kepler–távcső két gyűjtőlencséből álló eszköz, amelyeknek távolsága $l = f_1 + f_2$, ahol f_1 és f_2 a lencsék fókusztávolságai (1. ábra).

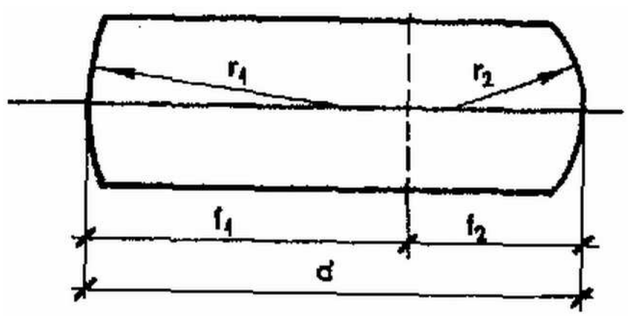


1. ábra

Egy ilyen távcső szögnagyítása

$$N_{sz} = f_1/f_2 \approx \alpha_2/\alpha_1.$$

Hasonló eszköz készíthető egy darab vastag lencséből is (2. ábra).



2. ábra

Ha az üveg törésmutatója n, akkor az 1773. feladat szerint

$$f_1 = r_1\,\frac{n}{n-1}, \qquad f_2 = r_2\,\frac{n}{n-1}.$$

A szögnagyítás:

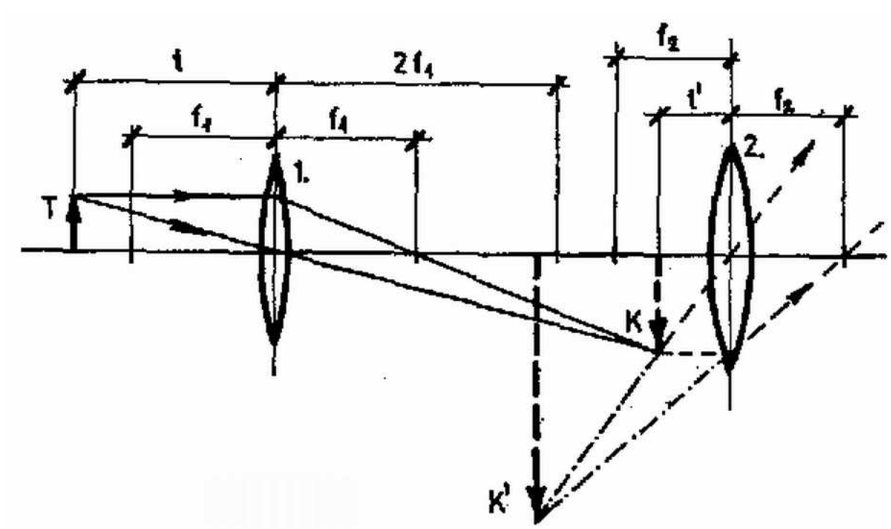
$$N_{sz} = f_1/f_2 = r_1/r_2.$$

A lencse d vastagságára pedig

$$d = f_1 + f_2 = \frac{n}{n-1}(r_1 + r_2)$$

adódik.

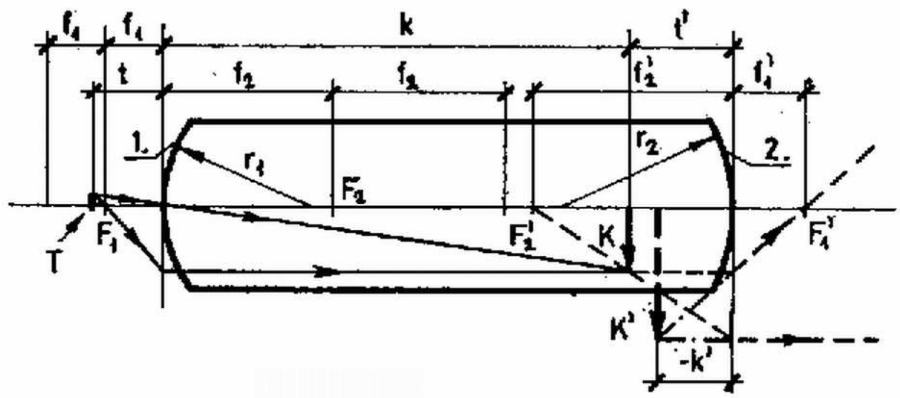
b) A mikroszkóp esetében az 1. tárgylencse a T tárgyról a K nagyított valódi képet állítja elő, amit a 2. szemlencsével mint nagyítóval nézünk. Így végeredményben a K' virtuális képet látjuk (3. ábra).



3. ábra

Az ábra alapján világos, hogy ez csak akkor lesz így, ha a t tárgytávolságra az $f_1 < t < 2f_2$, az 1. lencse által előállított K képnek a 2. lencsétől való t' távolságára pedig a $t' < f_2$ feltétel teljesül.

Nézzük meg, hogy lehet-e készíteni az eddig elmondott tulajdonságokkal rendelkező vastag lencsét (4. ábra)?



4. ábra

Érkezzenek a fénysugarak az ábrán jelzett irányból, ekkor a lencse r_1 sugarú felületétől t távolságra elhelyezett T tárgyról az 1. felület az 1773. feladat megoldása szerint olyan k távolságra levő K képet ad, amelyre

(1) $$\frac{1}{f_1 \cdot f_2} = \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{f_2} + \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{f_1},$$

ahol

(2) $$f_1 = \frac{r_1}{n-1}, \qquad f_2 = \frac{r_1 \cdot n}{n-1}.$$

Az ábra alapján a nagyítás

(3) $$N_1 = \frac{K}{T} = \frac{f_1}{t - f_1} > 1, \quad \text{ha} \quad f_1 < t < 2f_1,$$

a képtávolság pedig (1)-ből

(4) $$1/k = (1/f_2)(1 - f_1/t) > 0, \quad \text{hiszen} \quad t > f_1.$$

Tehát $f_1 < t < 2f_1$ esetén a vastag lencse 1. felülete a T tárgyról valódi, nagyított, fordított állású K képet ad.

Legyen ennek a távolsága a 2. felülettől t', ekkor a 2. felület K-t K'-be képezi le, és (1)-hez hasonlóan érvényes, hogy

(5) $$\frac{1}{f_1' f_2'} = \frac{1}{t' f_1'} + \frac{1}{k' f_2'}, \quad f_1' = \frac{r_2}{n-1}, \quad f_2' = \frac{r_2 n}{n-1},$$

ahonnan

(6) $$\frac{1}{k'} = \frac{1}{f_1'}\left(1 - \frac{f_2'}{t'}\right) < 0, \quad \text{ha} \quad t' < f_2',$$

tehát ebben az esetben K' virtuális.

A nagyítás a 4. ábra alapján

(7) $$N_2 = \frac{K'}{K} = \frac{f_1' + |k'|}{f_1'}$$

A mikroszkópnál megköveteljük, hogy a K' kép a tisztánlátás távolságában, $-k' = l$ távolságban keletkezzék. Ezzel az egy lencséből álló „mikroszkópunk” teljes nagyítása (3) és (7) alapján

$$N = N_1 \cdot N_2 = \left(\frac{f_1}{t - f_1}\right) \cdot \left(\frac{f_1' + l}{f_1'}\right) = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{l(n-1) + r_2}{t(n-1) - r_1}.$$

Lencsénk d távolságát úgy kell megválasztanunk, hogy

(8) $$k + t' = d$$

legyen. Az (5) egyenletbe $-k' = l$-et helyettesítve

$$t = \frac{f_2' \cdot l}{l + f_1'}$$

adódik, (4)-ből pedig $k = \dfrac{tf_2}{t - f_1}$. Ezeket (8)-ba írva

$$d = \frac{f_2 t}{t - f_1} + \frac{f_2' l}{l + f_1'} = \frac{r_1 n t}{t(n-1) - r_1} + \frac{r_2 n l}{l(n-1) + r_2}. \tag{9}$$

Tehát ha lencsénk vastagságát (9) szerint, n-et és r_1- et pedig úgy választjuk meg, hogy $t(n-1) - r_1 > 0$ legyen, akkor mikroszkópként működő eszközt kapunk. (A fennmaradó r_2 szabad paraméterrel eszközünk nagyítását választhatjuk meg.)