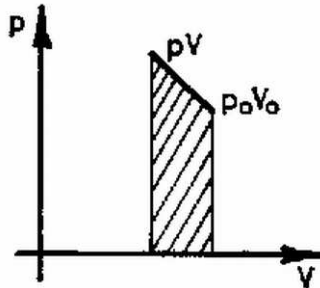


Keressük azon (p, V) pontok mértani helyét a $p - V$ síkon, a) ahová a p_0, V_0 pontból olyan állapotváltozáson keresztül jutunk, amelyek képe a $p - V$ síkon egy egyenes, b) a teljes állapotváltozás során közölt összes hő egy adott érték.

A gázzal közölt hőt, a p, V pontban történő fenti állapotváltozás során az I. főtétel segítségével határozhatjuk meg:

$$(1) \quad \Delta Q = \Delta U - \Delta W.$$

A gázon végzett munka abban az esetben, ha az állapotváltozást egyenes adja meg, az egyenes által meghatározott trapéz területe (1. ábra):



1. ábra

$$(2) \quad \Delta W = \frac{(V - V_0)(p + p_0)}{2}.$$

Ideális gáz esetén a belső energia megváltozását a hőmérsékletváltozásból meghatározhatjuk:

$$(3) \quad \Delta U = C_V n(T - T_0).$$

Az egyesített gáztörvény szerint $T = pV/nR$. A (2) és (3) kifejezést az (1) összefüggésbe beírva kapjuk, hogy

$$(4) \quad \Delta Q = C_V n[(pV/nR) - (p_0V_0/nR)] + (1/2)(V - V_0)(p + p_0)$$

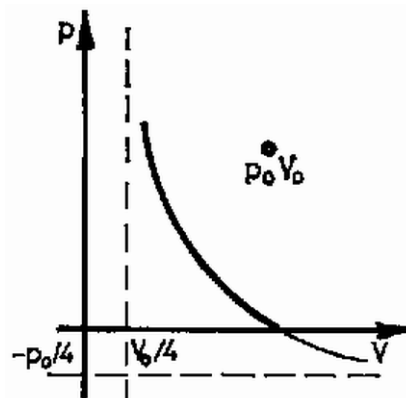
A (4) egyenlet rögzített ΔQ esetén megadja azon (p, V) pontokat, amelyeket a feladat kérdez. Hogy a keresett mértani helyet könnyebben megadhassuk, $C_V = (3/2)R$ -t beírva, p -re rendezzük az egyenletet:

$$(5) \quad p = -\frac{1}{4}p_0 + \frac{15p_0V_0 + 8\Delta Q}{16V - 4V_0}.$$

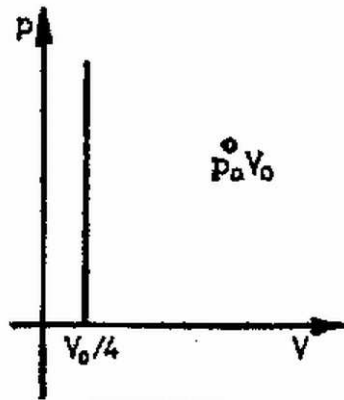
Ebből az alakból már könnyebben láthatjuk, hogy a keresett mértani hely egy hiperbola, aminek aszimptotái:

$$V = (1/4)V_0 \quad \text{és} \quad p = -(1/4)p_0.$$

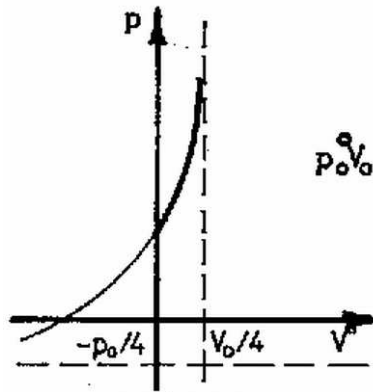
Mindezideig nem használtuk ki, hogy ΔQ -nak milyen előjele van, tehát összefüggéseink pozitív és negatív ΔQ -ra is érvényesek. Érdeemes röviden megvizsgálni az egyes esetekben a mértani helyeket.



2. ábra



3. ábra



4. ábra

I. $15p_0V_0 + 8\Delta Q > 0$.

Ekkor az (5) összefüggés a 2. ábrán látható hiperbolát adja. Természetesen ennek csak az I. síknegyedbe eső része (vastagon húzott rész) a keresett mértani hely. Ha $\Delta Q > 0$, akkor a hiperbola a (p_0, V_0) pont felett, ha $\Delta Q = 0$, a (p_0, V_0) ponton keresztül, ha $\Delta Q < 0$, a (p_0, V_0) pont alatt halad (az ábrán ezt az esetet ábrázoltuk).

II. $15p_0V_0 + 8\Delta Q = 0$.

Ebben az esetben a $V = V_0/4$ függőleges egyenes a keresett mértani hely (3. ábra).

III. $15p_0V_0 + 8\Delta Q < 0$.

A hiperbola a 4. ábrán látható módon helyezkedik el. A keresett mértani helyet most is vastagon húztuk meg.

Érdemes még felhívni a figyelmet arra, hogy ΔQ az állapotváltozás során történt eredő hőcserét jelöli. Az állapotváltozás valamennyi elemi lépése alatti hőcseréknek az előjele nem kell, hogy megegyezzen ΔQ előjével.

Tóth Gábor (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)