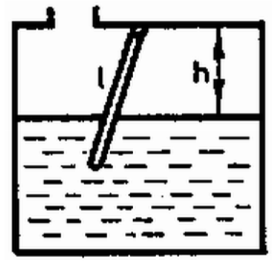
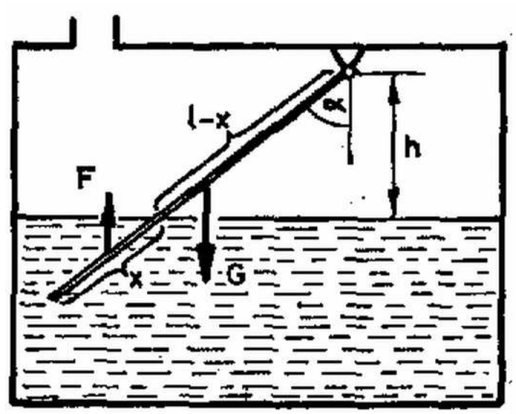



Zárjon be a rúd a függőlegessel $\alpha$ szöget, és merüljön $x$ hosszúságú darabja a vízbe. A rúd felezőpontjában támadó $G$ súlyerő a kitérés szögét csökkenteni, a vízbe merülő rész felezőpontjában ható $F$ felhajtóerő pedig növelni igyekszik.




*1. ábra*

A felfüggesztési ponton felírt eredő forgatónyomaték (1. ábra):

(1) $$M = F(l - x/2)\sin\,\alpha - G \cdot l/2\; \cdot \sin\,\alpha,$$

Írjuk fel a felhajtóerőt ($F = Ax\varrho_{\text{víz}}g$), a súlyerőt ($G = Al\varrho g$), valamint a vízbe merülő szakasz hosszát $x = l - h/cos\,\alpha$), és helyettesítsük be a forgatónyomaték (1) alatti kifejezésébe:

(2) $$M = \frac{Al^2g}{2}\left\{\varrho_{\text{víz}}\left[1 - \left(\frac{h}{l\,\cos\,\alpha}\right)^2\right] - \varrho\right\}\sin\,\alpha.$$

Itt $A$ a rúd keresztmetszet–területét, $\varrho$ a sűrűségét jelenti.

Egyensúly esetén $M = 0$. Ez két módon következhet be.

1. $\sin\,\alpha = 0$, azaz a rúd függőleges,
2. $\left\{\varrho_{\text{víz}}\left[1 - \left(\frac{h}{l\,\cos\,\alpha}\right)^2\right] - \varrho\right\} = 0.$

Az első eset mindig megoldása a feladatunknak ($h$-tól függetlenül). A második eset csak akkor következhet be, ha $h$ már kellően kicsivé vált, lévén $\cos\,\alpha$ maximális értéke 1:

(3) $$h < l\sqrt{\frac{\varrho_{\text{víz}} - \varrho}{\varrho_{\text{víz}}}}.$$

Amíg ez a feltétel nem teljesül, addig a rúd függőleges állású marad, és ez a helyzete stabilis: a forgatónyomaték előjele a kitéréssel ellentétes előjelű [lásd a (2) egyenletet], azaz a pálca visszabillen kis kitérések után egyensúlyi helyzetébe. Ezzel az esettel akkor kell számolnunk, amikor $\varrho \geq \varrho_{\text{víz}}$, ill. ha $\varrho < \varrho_{\text{víz}}$ esetén a vízszint az edényben még nem érte el a (3) feltétellel megadott magasságot.

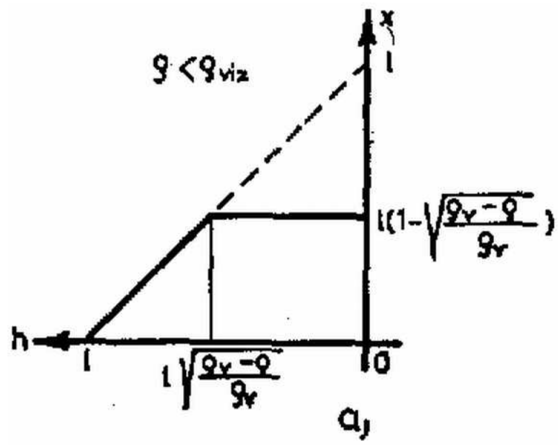
Mihelyt azonban eléri, a függőleges helyzet mellett egy másik állásban is bekövetkezhet az egyensúly (2. eset), amelyhez tartozó dőlésszögre

(4) $$\cos\,\alpha = \frac{h}{l}\sqrt{\frac{\varrho_{\text{víz}}}{\varrho_{\text{víz}} - \varrho}},$$

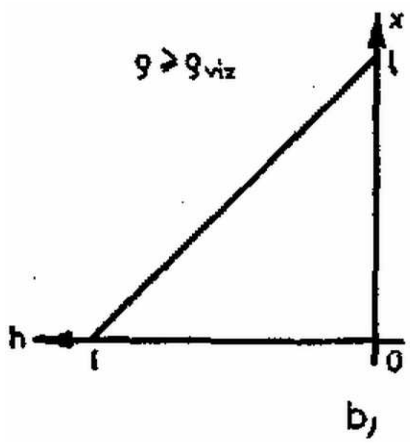
és a vízbe merülő szakasz hossza

$$x = l - \frac{h}{\cos\,\alpha} = l\left(1 - \sqrt{\frac{\varrho_{\text{víz}} - \varrho}{\varrho_{\text{víz}}}}\right)$$

azaz független a $h$-tól. Most a függőleges rúdállás labilis egyensúlyi helyzetű [a (2) egyenletben az $\alpha = 0$ hely környezetében a $\sin\alpha \approx \alpha$ együtthatója pozitív, így a forgatónyomaték tovább billenti a rudat az egyensúlyi helyzetből való kicsiny kitérés után], míg a ferde rúdhelyzet stabilis. A 2. ábrán szemléltetjük a rúd vízbe merülő részének hosszát $h$ függvényében. Szaggatottan a labilis egyensúlyi állapothoz tartozó viszonyokat ábrázoltuk.




*a)*




*b)*

*2. ábra*

*Fodor Gyula* (Bp., Móricz Zs. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján