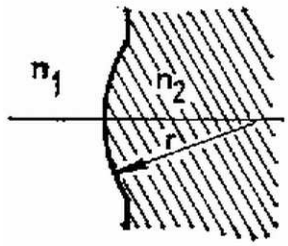
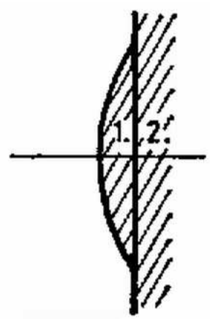


Határozzuk meg először azt, hogy hol keletkezik kép az n_1 törésmutatójú közegben a tengelyen levő, a gömbfelülettől t távolságra elhelyezett pontszerű tárgyról! Ezután könnyen meghatározhatjuk a párhuzamosan érkező sugarak további útját.



1. ábra

Az n_2 törésmutatójú közeget az 1. ábrán látható módon bontsuk két részre az e egyenes mentén, így az 1. rész egy lencsének tekinthető, a 2. rész pedig egy síklappal határolt közeg. Helyezzünk most a két rész közé egy elhanyagolhatóan kis vastagságú plánparalel lemezt az n_1 törésmutatójú anyagból. Mivel ennek vastagsága elhanyagolhatóan kicsi, számításaink szempontjából nem változtatja meg lényegesen a fénysugár útját.

Ha az n_2 törésmutatójú közeg 1. részét mint lencsét kezeljük, e lencse fókusztávolsága az $(n_2/n_1 - 1)\cdot(1/r) = 1/f$ összefüggésből:

$$f = \frac{rn_1}{n_2 - n_1}.$$

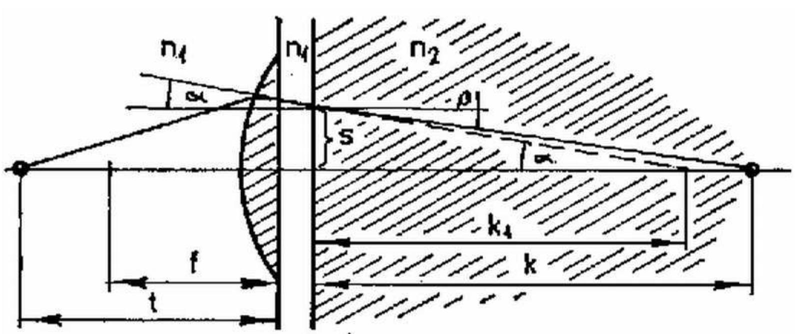
Ezt felhasználva meghatározhatjuk, hogy az n_1 törésmutatójú közegben a lencsétől t távolságra a tengelyen levő pontból induló fénysugarak hogyan folytatják útjukat az 1. és 2. rész közé helyezett n_1 törésmutatójú közegben. Ha 2. rész nem lenne, a fénysugarak a lencsétől k_1 távolságban találkoznának.

$$\frac{n_2 - n_1}{rn_1} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{t},$$

innen

$$k_1 = \frac{n_1 t}{n_2 t - n_1 t - n_1 r},$$

Most határozzuk meg, hol találkoznak a fénysugarak a 2. részben!



2. ábra

A törési törvény szerint (l. a 2. ábrát)

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}.$$

A 2. ábráról leolvasható:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{s}{k_1}, \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{s}{k},$$

és elég kis szögek esetén

$$\operatorname{tg}\alpha \approx \sin\,\alpha, \quad \operatorname{tg}\beta \approx \sin\,\beta,$$

így kapjuk

$$\frac{\sin\,\alpha}{\sin\,\beta} = \frac{s/k_1}{s/k} = \frac{k}{k_1},$$

azaz

$$\frac{k}{k_1} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad \text{így} \qquad k = \frac{n_2}{n_1}\,k_1,$$

azaz a lencsétől

(1) $$k = \frac{n_2 r t}{n_2 t - n_1 t - n_1 r}$$

távolságra találkoznak a lencsétől t távolságra levő pontból induló fénysugarak.

Határozzuk meg most az n_1 törésmutatójú közegből párhuzamosan érkező fénysugarak útját. Ekkor a tárgytávolságot végtelennek választva az előbbi összefüggés alapján a fénysugarak a lencsétől:

$$k' = \lim_{t\to\infty} \frac{n_2 r t}{n_2 t - n_1 t - n_1 r} = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$$

távolságban találkoznak. Ha a párhuzamos sugárnyaláb az n_2 közegből érkezik, az (1) összefüggést úgy használjuk fel, hogy k értékét végtelennek választjuk. Ehhez előbb az (1) összefüggést rendezzük át t-re:

$$t = \frac{n_1 r k}{n_2 k - n_1 k - n_1 r}.$$

Így az n_2 törésmutatójú közegből párhuzamosan érkező fénysugarak a lencsétől

$$t' = \lim_{k\to\infty} \frac{n_1 r k}{n_2 k - n_1 k - n_2 r} = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1}$$

távolságban találkoznak.

Az ábrák az $n_2 > n_1$ esetet tükrözik. A számítások azonban $n_2 < n_1$ esetén is hasonlóak.

Marth Gábor (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján