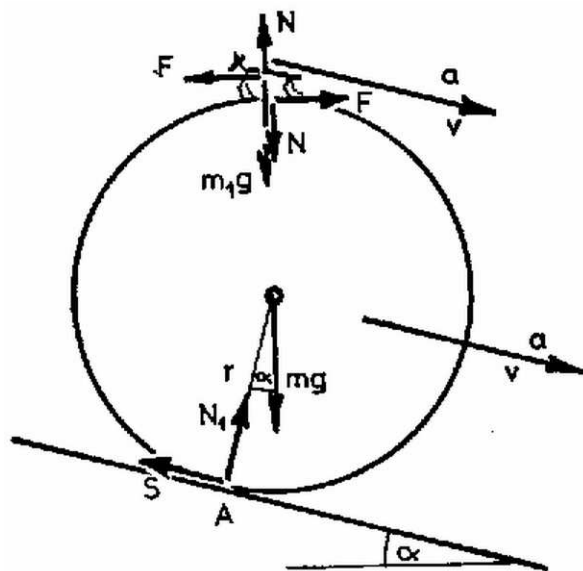




I. megoldás. Az ábrán külön-külön feltüntettük a kutyára, ill. a hengerre ható erőket: N a kutya és henger közti nyomóerő, F a kutya által kifejtett érintő irányú erő, S pedig a lejtő és a henger közti (tapadási) súrlódási erő nagysága. Mind a henger, mind a kutya a gyorsulással mozog a lejtőn lefelé. A mozgásegyenletek a henger haladó mozgására:



$$(1) \quad mg \sin \alpha + N \sin \alpha + F \cos \alpha - S = ma,$$

a henger forgására

$$(2) \quad (F + S)r = \Theta \beta = (1/2)mr^2 \cdot (a/r),$$

és a kutya mozgására a lejtővel párhuzamos, ill. arra merőleges irányban:

$$(3) \quad m_1 g \sin \alpha - N \sin \alpha - F \cos \alpha = m_1 a,$$

$$(4) \quad m_1 g \cos \alpha + F \sin \alpha - N \cos \alpha = 0.$$

A (2) egyenlet felírásánál kihasználtuk a henger csúszás nélküli gördüléséből eredő $\beta = a/r$ összefüggést a forgó mozgás szöggyorsulása és a haladó mozgás gyorsulása között, valamint a tehetetlenségi nyomaték $\Theta = (1/2)mr^2$ kifejezését a henger szimmetriatengelyére (súlyponti tengelyére) vonatkozóan.

A fenti egyenletrendszert az a gyorsulásra megoldva

$$(5) \quad a = \frac{(m + m_1) \sin \alpha}{(3/2)m + m_1(1 + \cos \alpha)} g.$$

Pintér Gábor (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Vizsgáljuk most úgy a rendszer mozgását, hogy viszonyítási pontként az A ponton átmenő pillanatnyi forgástengelyt választjuk. A kutya mindig a henger legfelső pontján van. Ebből az következik, hogy a pillanatnyi forgástengely és a rendszer tömegközéppontja párhuzamosan mozog. Az ilyen rendszerre a mozgásegyenlet

$$(6) \quad M = dN^*/dt$$

alakban érvényes, ahol M és N^* a mozgó forgástengelyre vonatkozó forgatónyomatékok, ill. impulzusnyomatékok jelentik:

$$(7) \quad M = (m + m_1)gr \sin \alpha,$$

$$(8) \quad N^* = \Theta_A \omega + m_1 r(1 + \cos \alpha)v.$$

Az impulzusnyomaték kifejezésében $\Theta_A = (3/2)mr^2$ (a hengernek az A forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka), az ω pillanatnyi szögsebesség a tömegközéppont v sebességével $\omega = v/r$ összefüggésben áll. A keresett gyorsulás a (7) és a (8) egyenleteknek (6)-ba történő beírásából adódik, és az első megoldásban kapott (5) összefüggéssel egyezik meg.

Frei Zsolt (Pécs, Nagy Lajos Gimn., III. o. t.)