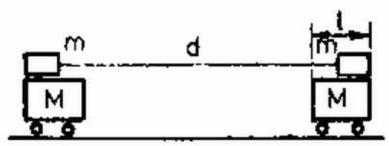
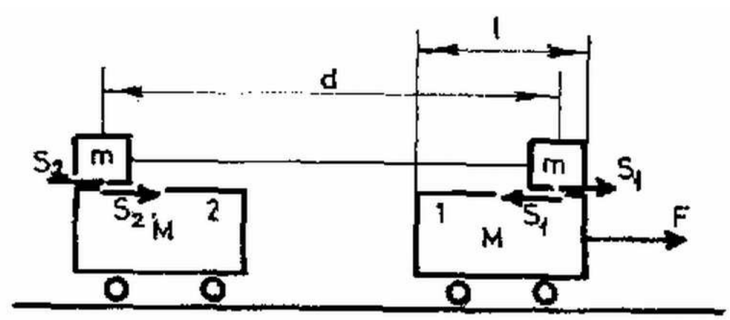


Tekintsük a kiskocsikon levő testeket pontszerűeknek és használjuk az 1. ábrán megadott jelöléseket (S_1, S_2 a súrlódási erők, F az 1. kiskocsira ható erő).



1. ábra

Azzal az esettel fogunk foglalkozni, amikor az F erő az ábrán megadott irányba (jobbra) mutat. A két m tömegű test kötéllel van összekötve, és mivel az 1. kiskocsin levő tömeg húzza a 2. kiskocsin levő tömeget, gyorsulásuk (a) megegyezik. Az F erő az 1. kiskocsira hat, az S_1 súrlódási erő gyorsítja a rajta levő m tömegű testet, amely a másik m tömegű testet kötéllel húzza. A test és a 2. kiskocsi között fellépő S_2 súrlódási erő gyorsítja a 2. kiskocsit. Ebből következik, hogy a gyorsulásokra:

$$a_1 \geq a \geq a_2$$

(a_1 és a_2 az 1., ill. 2. kiskocsi gyorsulása). Az S_r tapadási súrlódási erőre igaz, hogy

$$S_r \leq S_M = \mu m g,$$

ahol S_M a mozgási súrlódási erő. Mivel a kötéllel húzzuk a 2. kiskocsit, a kötélben ható erő mindig kisebb vagy egyenlő, mint az egyes testeket gyorsító súrlódási erő. Ebből az következik, hogy ha az 1. kiskocsin levő test a kiskocsihoz képest nem mozdul el, akkor a 2. kiskocsin levő test is állni fog a kiskocsihoz képest; ha pedig az 1. kiskocsin levő test már csúszik, akkor a 2. kiskocsin levő test áll, a kiskocsihoz képest, hiszen a kötél feszes (az gyorsítja a 2. kiskocsit), és így az 1. kiskocsin levő testre ható $S_1 = \mu m g$ súrlódási erő nagyobb kell, hogy legyen a 2. kiskocsin levő testre ható S_2 súrlódási erőnél.

Ezeket az eseteket fogjuk az alábbiakban tárgyalni.

Tegyük fel először, hogy az 1. kiskocsin nem csúszik meg az m tömegű test és így a 2. kiskocsin sem csúszik a test. Az 1. kiskocsi és a rajta levő test mozgásegyenletei:

(1) $$F - S_1 = M a_1,$$

(2) $$S_1 - K = m a,$$

ahol K a kötélerő. Mivel a test nem csúszik az 1. kiskocsin, azért

$$a = a_1,$$

és teljesülnie kell az

(3) $$S_1 \leq \mu m g$$

feltételnek. A 2. test sem csúszhat, ezért

$$a_2 = a.$$

A rendszer gyorsulása:

(4) $$a = \frac{F}{2(M+m)}.$$

Ezt beírva (1)-be

$$\mu m g \geq S_1 = F - M a = F \frac{2m + M}{2(M+m)},$$

tehát

$$\mu mg \geq F\frac{2m+M}{2(M+m)} \tag{5}$$

Ha ez a feltétel F-re nem teljesül, az 1. kiskocsin levő test megcsúszik (ellenkező esetben ugyanis $S_1 > \mu mg$ adódnék, ami lehetetlen), és a rá ható súrlódási erő $S_1 = \mu mg$, az 1. kiskocsi gyorsulása pedig

$$a_1 = \frac{F-\mu mg}{M}. \tag{6}$$

A 2. kiskocsin levő test nem csúszik meg, tehát

$$a = a_2.$$

Az m tömegű testekre és a 2. kiskocsira felírjuk a mozgásegyenleteket ($a = a_2$):

$$\mu mg - K = ma, \qquad K - S_2 = ma, \qquad S_2 = Ma.$$

Ebből

$$a_2 = a = \frac{\mu mg}{2m+M}. \tag{7}$$

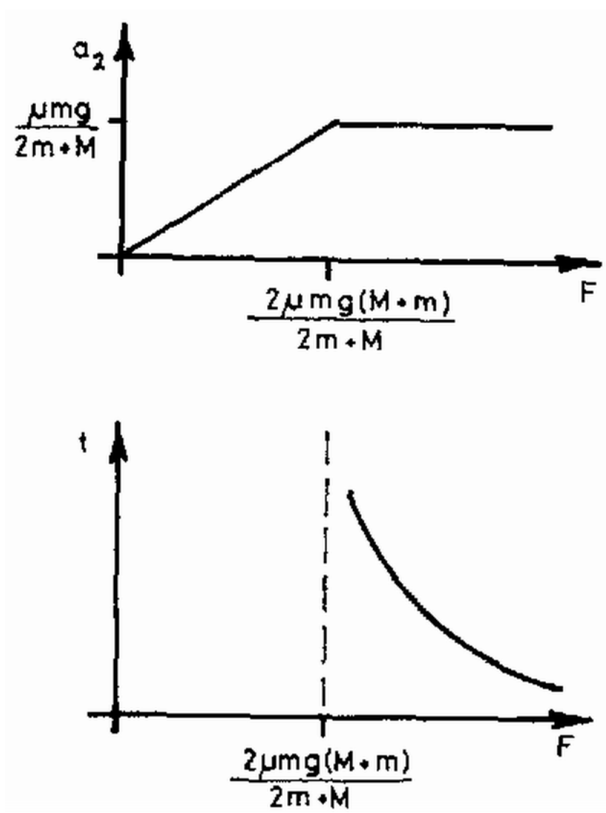
Ebben az esetben az 1. kiskocsiról történő lecsúszás ideje:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_1-a}}.$$

(6) és (7)-et beírva kapjuk:

$$t = \sqrt{\frac{2l(2m+M)M}{F(2m+M)-g\mu m2(m+M)}}. \tag{8}$$

Ábrázolva az összefüggéseket, a 2. ábrán látható grafikonokat kapjuk.



2. ábra

Szabó Ádám (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., II. o. t.) és
Horváth Péter (Gyöngyös, Berze Nagy J. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Ha az F erő a 2. kiskocsi irányába mutat, szintén két esetet különböztethetünk meg. Egyik esetben m nem csúszik meg az 1. kocsin (ekkor a 2. kocsi és a rajta levő m tömeg nem gyorsul), ennek feltétele:

$$\mu m g > \frac{m}{m+M} F. \tag{9}$$

Ekkor a fentiekhez hasonlóan számolva,

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(d-2l)(m+M)}{F}}$$

idő múlva a kocsik ütköznek, a feladat szövegéből az ütközés milyenségére nem következtethetünk. Ha (9) nem teljesül, akkor az m tömeg rögtön leesik az 1. kocsiról, s a kocsik

$$t_2 = \sqrt{\frac{2(d-2l)M}{F}}$$

idő múlva ütköznek.