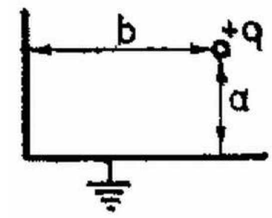
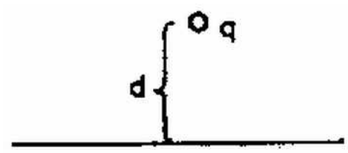


Először oldjunk meg egy egyszerűbb feladatot: „Egy végtelen kiterjedésű, földelt sík fémlemeztől d távolságra q nagyságú ponttöltést helyezünk el (1. ábra). Mekkora erő hat a töltésre?”

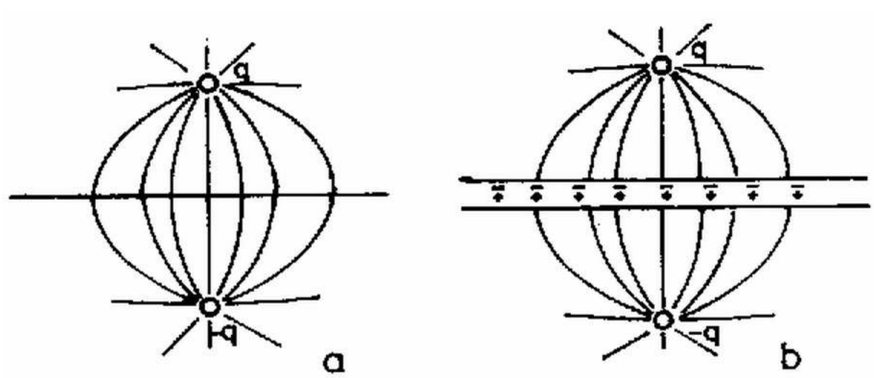


1. ábra

A két test között vonzóerő hat, mivel a fémlemez felületén a q töltés előjelével ellentétes előjelű indukált töltések jelennek meg (elektromos megosztás jelensége). A fémlemez felületén a töltéssűrűséget az határozza meg, hogy a fémlemez minden pontja azonos potenciálon van. Ez azért van így, mert a fémben szabad töltéshordozók vannak (elektronok), amelyek a fém belsejében a térerősség hatására gyorsulni kezdenek. Addig mozognak, amíg olyan tér nem alakul ki, amelynek erőssége a fémben mindenütt nulla, és a térerősségnek a fém felületén sincs a felülettel párhuzamos összetevője. Így a fém minden pontjában a potenciál azonos, másképpen szólva az erővonalak merőlegesen érik el a fém felületét. Vékony fémlemezek esetében azt szokás mondani, hogy a fém ekvipotenciális felület. Esetünkben a fémlemez földelt, így potenciálja nulla.

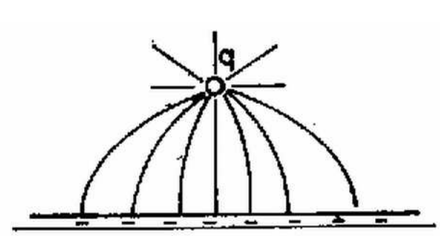
A fém felületén összegyűlt megosztott töltések összege éppen a q töltés mínusz egyszerese, azaz minden, a q ponttöltésből kiinduló erővonal a fémlemezen végződik. Ha meg tudjuk határozni a fémlemezen felhalmozott (egyelőre ismeretlen eloszlású) $-q$ töltés terének térerősségét a q töltés helyén, akkor a keresett erőt is megkapjuk.

Ezt a töltéselrendezést azonban közvetlenül nagyon nehéz kiszámítani. A 1739. feladat megoldásában (l. a 181. oldalt) azonban láttuk, hogy az egymástól $2d$ távolságra levő $+q$ és $-q$ ponttöltés között elhelyezkedő szimmetriasík éppen a nulla potenciálú ekvipotenciális felület, azaz ezen felületet minden erővonal merőlegesen metsz. Így, ha a két töltés közé a tükörsík helyére vékony, végtelen kiterjedésű sík fémlemezt helyezünk, a fémlemez belsejében a térerősség nulla, a fémlemezen kívüli tér pedig változatlan lesz. Az erővonalképet és a felületen megjelenő indukált (megosztott) töltéseket szemlélteti a $2a$ és $2b$ ábra a fémlemez behelyezése előtt és után.



2. ábra

Ha a $2b$ ábrán látható elrendezést a fémlemez középsíkja mentén kettévágjuk, megkapjuk az abban a feladatban keresett erővonalképet, amely az 1. ábra elrendezésének felel meg (3. ábra).



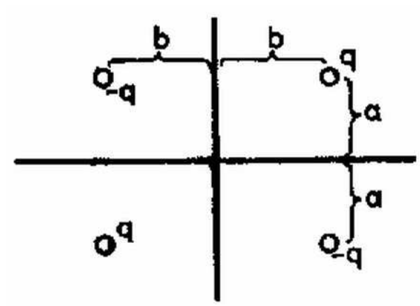
3. ábra

Ez a tér kielégíti azt a feltételt, hogy a fémlemez ekvipotenciális legyen, vagy más szóval azt, hogy az erővonalak merőlegesen érjék el a fém felületét. A fémlemezen levő töltések eloszlását is megkaphatjuk ebből a képből, de arra a kérdésre, hogy mekkora erő hat a q töltésre, a megosztással kialakult töltéseloszlás pontos ismerete nélkül is felelhetünk. A q nagyságú töltésre a fémlemez által ható erő megegyezik a $-q$ nagyságú töltés által a q nagyságú töltésre ható erővel, azaz

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{4d^2},$$

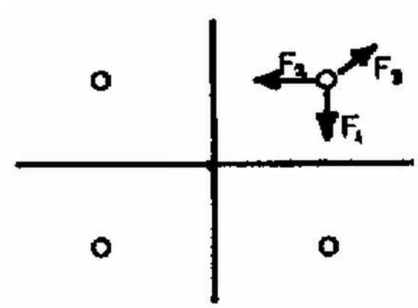
ahol ε_0 a vákuum dielektromos állandója, az erő pedig vonzó irányú.

A most bemutatott tükrözéses módszer segítségével oldhatjuk meg a feladatban kitűzött problémát is. Keressünk olyan töltéselrendezéseket, amelyeknek a nulla potenciálhoz tartozó ekvipotenciális felülete éppen a két fémlemeznek megfelelő, egymásra merőleges sík. Mivel a megosztott töltések összege éppen $-q$, a „tükörtöltések” összege is $-q$ kell, hogy legyen, mivel az eredeti q töltés térnegyedében ezek terével helyettesítjük a fémlemezen levő töltések terét. Tükrözzük a két síkon a q nagyságú töltést. Az így kapott két $-q$ nagyságú töltést még ki kell egészítenünk a két $-q$ nagyságú töltés továbbtükrözésével kapott $+q$ töltéssel (4. ábra).



4. ábra

Az így kapott három tükörtöltés összege most valóban $-q$, még és az is teljesül, hogy ennek a négy töltésnek a nulla potenciálhoz tartozó ekvipotenciális felülete éppen a kívánt két, egymásra merőleges sík. Így q a töltésre ható kérdéses erő egyenlő a három tükörtöltés által kifejtett erők eredőjével.



5. ábra

Az 5. ábra jelölései szerint

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{4a^2}; \qquad F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{4b^2};$$

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{4(a^2+b^2)},$$

azaz a q töltésre ható eredő erő vízszintes összetevője:

$$F_v = F_2 - F_3 \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b^2} - \frac{b}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right);$$

a függőleges összetevője:

$$F_f = F_1 - F_3 \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{a}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right).$$

Szállási Zoltán (Esztergom, Dobó K. Gimn., IV. o. t.)