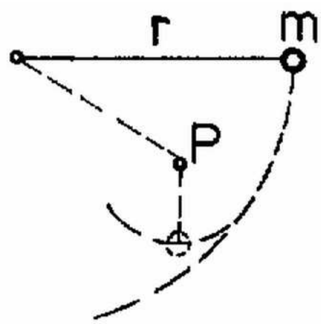
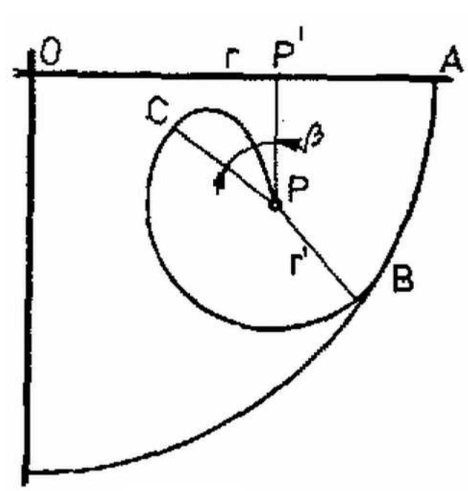


A tömegpont A-tól B-ig egy O középpontú, r sugarú, B-től C-ig egy P középpontú, r' sugarú köríven végez kényszermozgást (1. ábra). C-ben megszűnik a fonalat feszítő erő – innen a pálya parabola alakban folytatódik, és ha jó helyre vertük be a szöget, éppen átmegy P-n.

C-ben a centripetális erő egyenlő a tömegpont súlyának kötélirányú összetevőjével:

$$mv^2/r' = mg\cos\beta \tag{1}$$

(β a CP szakasz függőlegessel bezárt szöge, v a test sebessége C-ben). A C pontból parabolapályán folytatja a tömegpont a mozgást. A parabolapálya akkor halad át a P ponton, ha alkalmas t-re



1. ábra

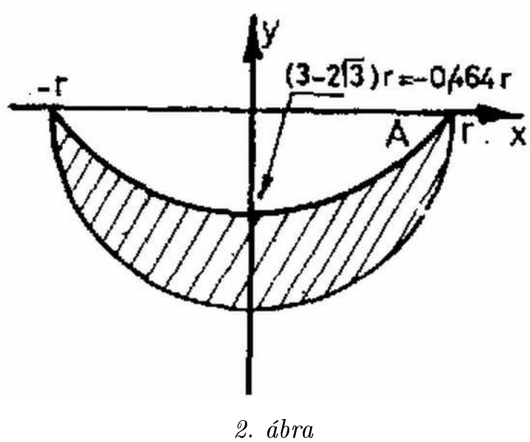
$$r'\sin\beta = v(\cos\beta)t, \tag{2}$$

$$r'\cos\beta = (g/2)t^2 - v(\sin\beta)t. \tag{3}$$

Az (1), (2), (3) egyenletrendszerből a β, v ismeretlenek kiszámíthatók:

$$\cos\beta = 1/\sqrt{3}, \qquad v^2 = gr'/\sqrt{3}.$$

Vegyük fel ezután a 2. ábra szerinti derékszögű koordináta-rendszert!



2. ábra

Ebben P koordinátái: $(x,\, y)$. A C pontban a test mozgási energiája a helyzeti energiájának megváltozásával egyenlő:

$$(1/2)mv^2 = mg(-y - r'\cos\beta). \tag{4}$$

Behelyettesítve v^2-et és $\cos\beta$-t:

$$y = -(\sqrt{3}/2)r'. \tag{4'}$$

Az x, y, r és r' hosszúságok között létezik még egy összefüggés, az OPP' háromszögre felírt Pitagorasz-tétel:

$$(r - r')^2 = x^2 + y^2. \tag{5}$$

A (4') – (5) egyenletrendszerből kiküszöbölve r'-t, a 2. ábrán látható hiperbola egyenletét kapjuk:

$$\frac{(y + 2\sqrt{3}r)^2}{(3r)^2} - \frac{x^2}{(\sqrt{3}r)^2} = 1.$$

A keresett mértani hely a hiperbolának a $(-r,\, 0)$ és $(r,\, 0)$ pontok közé eső szakasza. Az alatta levő bevonalkázott területre bevert szögeket mind megkerüli a tömegpont.

Vityi Péter (Budapest, Móricz Zs.Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés. Sok megoldó nem értette meg a feladatot, és lényegében a 1737. feladatot oldotta meg újra. Dolgozatukra így nem kaphattak pontot.