

Világos, hogy a töltések kezdeti d távolsága a továbbiakban csak akkor fog csökkenni, ha a két töltés kezdetben vagy egymás felé halad, vagy pedig egyirányban mozog úgy, hogy a „hátról” levő sebessége a nagyobb. Minden más esetben a keresett minimális távolság $x_{\min} = d$.

Vizsgáljuk ezek után az előző két esetet együtt. A töltésekre ható erők belső erők, ezért a rendszer összimpulzusa állandó:

$$(1) \quad m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2,$$

ahol \mathbf{v}_1 , és \mathbf{v}_2 a kezdeti sebességek, \mathbf{u}_1 és \mathbf{u}_2 pedig a két töltés sebessége egy későbbi, tetszőleges időpontban.

A töltések között működő Coulomb-erő konzervatív, így teljesül a mechanikai energia megmaradásának tétele is:

$$(2) \quad (1/2)m_1 \mathbf{v}_1^2 + (1/2)m_2 \mathbf{v}_2^2 + kq^2/d = (1/2)m_1 \mathbf{u}_1^2 + (1/2)m_2 \mathbf{u}_2^2 + kq^2/x,$$

ahol x a töltések közötti távolság abban a pillanatban, amikor azok sebessége \mathbf{u}_1 , ill. \mathbf{u}_2 .

A töltések távolsága akkor és csak akkor minimális, ha sebességük egyenlő $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}$, ellenkező esetben $\mathbf{u} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 \neq 0$ relatív sebességgel közelednének, vagy távolodnának egymástól. Ezt felhasználva (1) és (2) segítségével kapjuk, hogy

$$x_{\min} = \frac{d}{d \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1 + m_2)kq^2}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 + 1}.$$

Eredményük mutatja, hogy $x_{\min} < d$, és x_{\min} a töltések egymáshoz képesti sebességétől függ.

Boszágh Péter (Szolnok, Verseyhy F. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Számolásunk során a töltések között ható gravitációs erőt elhanyagoltuk, vagyis feltételezhetők, hogy

$$k \cdot \frac{q^2}{r^2} \gg f \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

(k a Coulomb, f a Newton-féle gravitációs állandó). A fenti egyenlőtlenség mindaddig teljesül, amíg $(m/q) \ll \sqrt{k/f}$. Behelyettesítve k és f értékét, közelítőleg az $(m/q) \ll 10^{10}$ kg/C adódik, vagyis a közelítésünk minden gyakorlati esetben megengedhető.

2. Megoldásunkban feltételeztük, hogy a töltések tere Coulomb-tér, ami mozgó töltések esetében csak közelítőleg igaz. Az eltérés azonban mindaddig kicsi, amíg a töltések sebessége a fény sebességénél jóval kisebb.

Kovács Attila (Kalocsa, I. István Gimn., IV. o. t.)