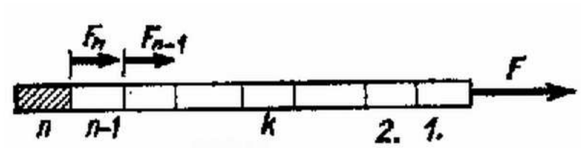
Tegyük fel, hogy F támadáspontja a rúd végében van. Osszuk fel a rudat n egyenlő részre. A különböző helyen levő rúddarabokban különböző nagyságú erők hatnak. Ha a felosztás elég finom, közelítőleg állandónak vehetjük egy kis darab bármely keresztmetszetében a ható erőt. Az n-edik darabra ható F_n erő egyrészt ellensúlyozza az $(mg/n)\ \mu$ súrlódási erőt, másrészt a gyorsulással mozgatja az m/n tömegű rúddarabot:

(1) $$F_n = (m/n)(a + \mu g).$$

Az n-edik darab megnyúlása
$$\Delta l_n = (E/A)(L/n) \cdot F_n.$$

Az $(n-1)$-edik keresztmetszetben ható erő a mögötte levő két darabot gyorsítja:
$$F_{n-1} = 2F_n,$$

míg a k-adik rész $(k+1)$ részt gyorsít és így
$$F_{n-k} = (k+1)F_n.$$



1. ábra

Az $(n-1)$-edik darab megnyúlása:
$$\Delta l_{n-1} = (E/A)(L/n)F_{n-1},$$

míg a k-adik rész megnyúlása:
$$\Delta l_{n-k} = (E/A)(L/n)F_{n-k}.$$

A teljes megnyúlás az egyes részek megnyúlásainak összege.

(2) $$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \Delta l_i = \frac{EmL(a + \mu g)}{2A}.$$

Itt felhasználtuk, hogy $(n+1)/n \approx 1$, ha n elég nagy.

Ha a rudat gyorsító F erőt ismerjük, akkor a gyorsulás:

(3) $$a = \frac{F - mg\mu}{m},$$

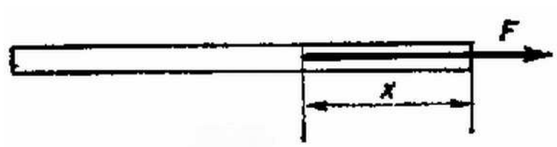
ezzel

(4) $$\Delta l = \frac{ELF}{2R^2\pi}.$$

Simon László (Bp, Madách I. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Nem volt kikötve, hogy a rudat mozgató erő hol hat, és mint látni fogjuk, ettől lényegesen függ az eredmény.

Tegyük fel, hogy a rúd végétől x távolságra van a támadáspont. A támadáspont előtt levő rész megnyúlása (2) alapján ($L \to x$ helyettesítéssel és az irány miatt negatív előjellel):
$$\Delta l_1 = \frac{Emx(a + \mu g)}{2\ A}.$$



2. ábra

A támadáspont mögötti rész megnyúlása pedig
$$\Delta l_2 = \frac{Em(L - x)(a + \mu g)}{2A}.$$

(3) felhasználásával
$$\Delta l = Al_1 + Al_2 = \frac{EmF(L - 2x)}{2A}.$$

Hatt János (Mosonmagyaróvár,Kossuth L. Gimn., III. o. t.)