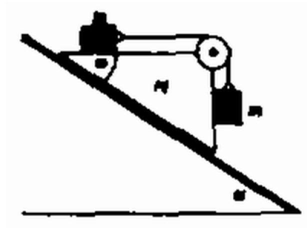
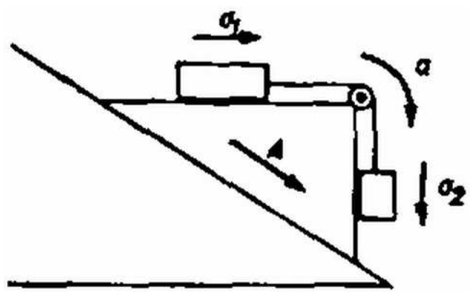


A feladat teljes megoldása nagyon hosszadalmas, ezért csak a megoldás vázlatát fogjuk ismertetni. Elsősorban nem a gyorsulások értékének megadására, hanem a feladat áttekinthető tárgyalására fogunk törekedni.

Legyen a hasáb lejtő irányú gyorsulása A; a hasáb vízszintes lapján levő test gyorsulásának vízszintes összetevője a_1, a függőleges fal mellett lógó test függőleges gyorsulása a_2.



1. ábra

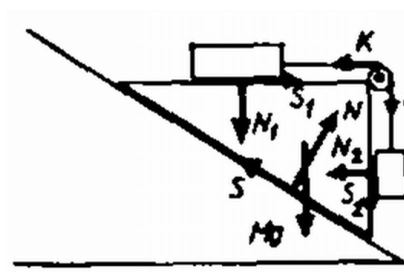
A gyorsulások irányítását az 1. ábra mutatja. Legyen az m tömegű testeknek a lejtőhöz viszonyított gyorsulása a. Ekkor

$$a_1 = a + A\cos\alpha, \tag{1}$$

$$a_2 = a + A\sin\alpha. \tag{2}$$

A vízszintes lapon levő m tömeg függőleges gyorsulása $A\sin\alpha$, a lelógó test gyorsulásának vízszintes összetevője $A\cos\alpha$. ha $A > 0$ és így a test a hasáb függőleges falához ér, illetve 0, ha $A < 0$. Ez utóbbi esetben meggondolásaink csak az indulás pillanatára érvényesek, később a fonál nem függőleges helyzetű.

Írjuk föl a három testre a mozgásegyenleteket, feltéve hogy $A \geq 0$. A 2. ábra a hasábra ható erőket mutatja, a súrlódási erők irányítása jobbra mozgó hasáb és tömegek esetének felel meg.



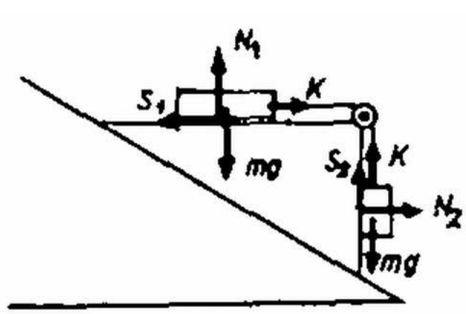
2. ábra

A mozgásegyenletet a vízszintes és függőleges komponensekre írjuk föl; a hasáb mozgásegyenlete:

$$MA\cos\alpha = N\sin\alpha - S\cos\alpha + S_1 - N_2 - K, \tag{3}$$

$$MA\sin\alpha = Mg - N\cos\alpha - S\sin\alpha + N_1 + S_2 + K. \tag{4}$$

A 3. ábra a két m tömegű testre ható erőket mutatja.



3. ábra

Ismét vízszintes és függőleges komponensekben dolgozva, a mozgásegyenletek a következők:

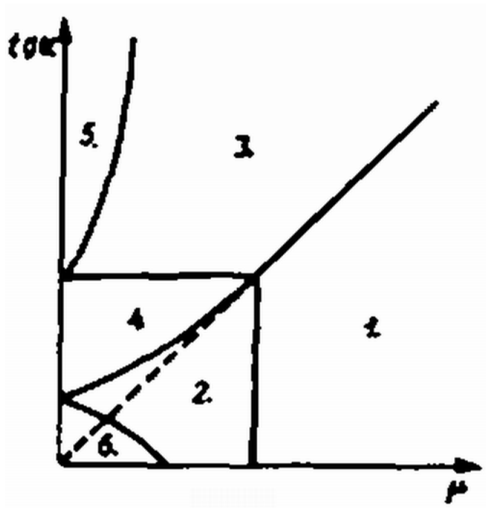
$$m(a + A\ \cos\alpha) = K - S_1, \tag{5}$$

$$mA\ \sin\alpha = mg - N_1, \tag{6}$$

$$m(a + A\ \sin\alpha) = mg - S_2 - K, \tag{7}$$

$$mA\ \cos\alpha = N_2. \tag{8}$$

Vizsgáljuk meg, hogy α és μ függvényében milyen esetek lehetségesek! Az eredményeket a 4. ábrán foglaltuk össze.



4. ábra

1. $A = 0$ és $a = 0$.

Ekkor a lelógó test nem nyomódik a hasábhoz, $N_2 = 0$ és így $S_2 = 0$. A (3)-(8) egyenletrendszert is felhasználva a tapadás $S \leq \mu N$, ill. $S_1 \leq \mu N_1$ feltételéből a $\operatorname{tg}\alpha \leq \mu$ és $\mu \geq 1$ feltételek adódnak.

2. $A = 0$ és $a > 0$.

Ekkor is $N_2 = S_2 = 0$, $S_1 = \mu N_1$, mivel a test csúszik. Az $a > 0$ feltételből $\mu < 1$ adódik, $|S| \leq \mu N$ pedig akkor teljesül, ha $\operatorname{tg}\alpha$ két, μ-től és a tömegektől függő érték közé esik (l. a 4. ábrát).

3. $A > 0$ és $a = 0$.

Ekkor $S = \mu N$, amit felhasználva a nyilvánvaló $A = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ eredmény adódik. Ez akkor pozitív, ha $\operatorname{tg}\alpha > \mu$. A tapadás miatt $|S_1| \leq \mu N_1$ és $|S_2| \leq \mu N_2$. Ennek a két feltételnek az együttes kezelése nagyon bonyolult lenne, mivel S_1 és S_2 nem fejezhető ki külön-külön az egyenletrendszerből. Meghatározható viszont $S_1 + S_2$ és kihasználva, hogy a megcsúszás határhelyzeteiben S_1 és S_2 egy irányba mutat, írhatjuk a két feltétel helyett az $|S_1 + S_2| \leq \mu(N_1 + N_2)$ egyenlőtlenséget. Ennek taglalásából $\operatorname{tg}\alpha > 1$ és $\mu > f(\operatorname{tg}\alpha)$ adódik, ahol az f függvény az egyenletrendszer megoldásából meghatározható.

4. $A > 0$ és $a > 0$.

Ebben az esetben valamennyi felületnél csúszás lép fel, a relatív elmozdulás iránya megegyezik az ábrák rajzolásakor feltételezettel. Így a (3)-(8) egyenletekhez az $S = \mu N$, $S_1 = \mu N_1$ és az $S_2 = \mu N_2$ egyenletek járulnak, az egyenletrendszerből A és a meghatározható. Az $a > 0$ feltevésből $\operatorname{tg}\alpha < 1$, az $A > 0$, feltevésből

$$\operatorname{tg}\alpha > \frac{2\mu M + m(2\mu + 1 + \mu^2)}{2M + 3m + \mu^2 m}$$

feltétel adódik.

5. $A > 0$, $a < 0$.

Ekkor S_1 és S_2 iránya a berajzolttal ellentétes, így $S_1 = -\mu N_1$, $S_2 = -\mu N_2$, és $S = \mu N$. Ez az eset meredek és csúszós lejtő esetén áll fenn, $a < 0$-ból $\operatorname{tg}\alpha > 1$, $A > 0$-ból μ-re α-tól függő felső határ adódik.

6. $A < 0$ és $a > 0$.

Egyenleteink ekkor csak az elengedés pillanatában érvényesek, hosszú idő után ugyanis a függőleges fal mellett lógó kötél nem függőleges. $N_2 = 0$, és így $S_2 = 0$ már az induláskor is fennáll, nem igaz azonban a (8) egyenlet, hiszen a függőleges kötélen lógó tömeg induláskor vízszintesen nem gyorsul. A csúszás miatt $S=-\mu N$ és $S_1=\mu N_1$. Ezeket az egyenleteket (3)-(7)-tel kombinálva a gyorsulások meghatározhatók. Az $A<0$ feltétel akkor áll fenn, ha

$$\operatorname{tg}\alpha<\frac{m(1-4\mu-\mu^2)-2\mu M}{m(3+2\mu-\mu^2)+2M}.$$

Ezzel minden α és μ esetén meghatároztuk, hogy hogyan mozog a rendszer.

Kaptás Dénes (Nagykőrös, Arany J. Gimn. IV. o. t.)
dolgozata alapján