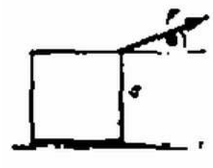
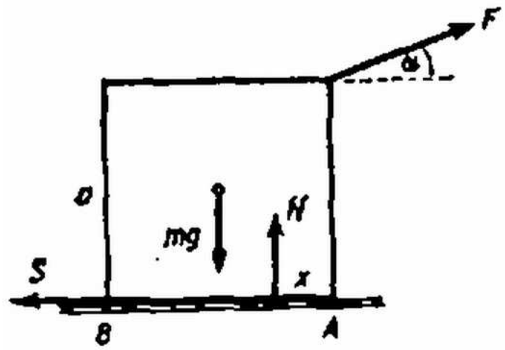


A kockára kötött fonálban az erőt növelve elérhetjük, hogy a kocka megindul.



1. ábra

A megindulást megelőző pillanatban a kocka még nyugalomban van, az egyensúly egyenletei a következők (jelölések az 1. ábra szerint):

$$\begin{aligned}0 =& mg - N - F\sin\alpha,\\ 0 =& F\cos\alpha - S,\\ 0 =& S\cdot(a/2) - N(a/2-x) + F(a/2)\cos\alpha - F(a/2)\sin\alpha,\end{aligned}$$

ahol az első két egyenlet az erők egyensúlyát fejezi ki, a harmadik a súlypontra vonatkoztatott forgatónyomatékét. x a talaj nyomóereje eredőjének támadási pontjának, és a kocka A élének távolsága. Negyedik egyenletünk szerint az F erő nagyságát tovább növelve a test megmozdul, tegyük fel, hogy megcsúszik:

$$S = \mu N,$$

ha ui. nem csúszik, akkor billen, azt x nagyságából tudhatjuk meg. Négy ismeretlenünk van: F, N, S és μ, ha α-t adottnak vesszük. x-et kifejezve kapjuk:

(1) $$x = (a/2)(\mu \mathrm{tg}\ \alpha - 2\mu + 1).$$

Feladatunk szerint ha $\alpha > 30°$, a kocka csúszik, azaz

$$0 \le x \le \alpha,$$

míg ha $\alpha < 30°$, a kocka felborul:

$$x \le 0; \qquad \text{vagy} \qquad x \ge a.$$

Ez úgy képzelhető el, ha $\alpha = 30°$-ra, x értékére, az (1) egyenlet nullát vagy a-t ad. Az utóbbi csak negatív súrlódási együttható értékeknél adódna, így elképzelhetetlen, az előbbiből pedig

$$\mu = \frac{1}{2-\mathrm{tg}\alpha} = \frac{1}{2-(\sqrt{3}/2)} \cong 0{,}7$$

adódik, azaz ha $\mu = 0{,}7$, a feladat szerinti dolog megtörténhet: $\alpha < 30°$-ra a kocka a talajhoz tapad és az A pont körül fordulva felborul, míg α 30°-ra a kocka csúszni fog az F erő hatására.

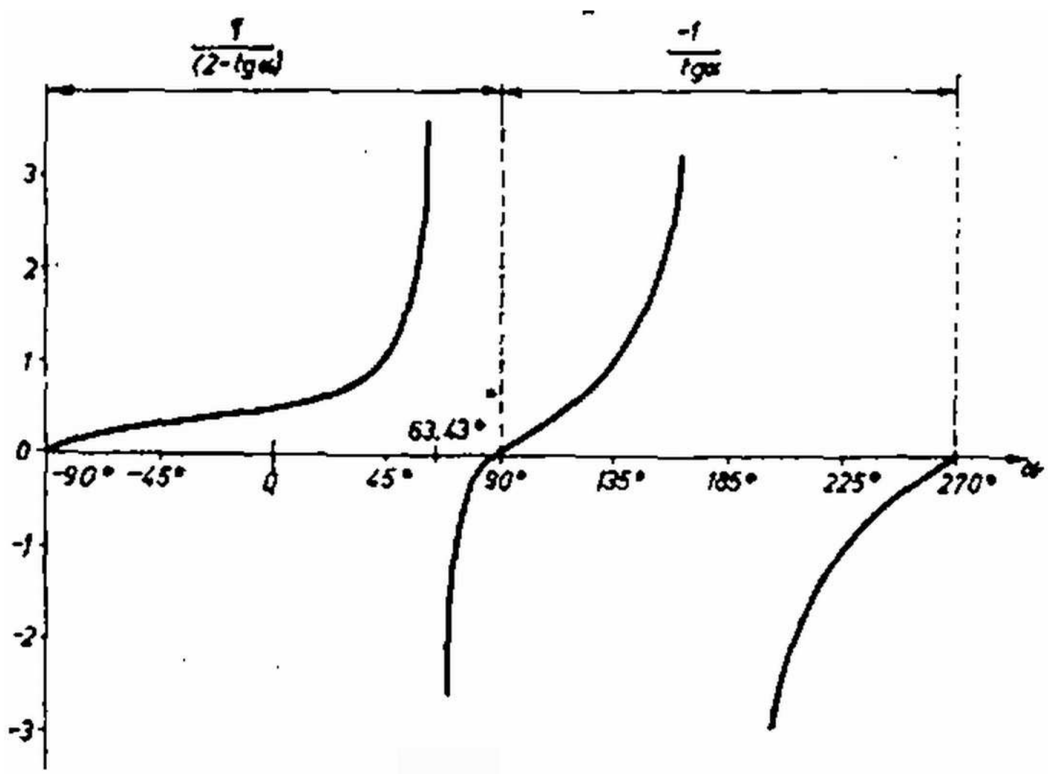
Megjegyzés. Annak feltétele, hogy az A pont körül billenjen fel a kocka (határesetben $x = 0$):

$$\mu = \frac{1}{2-\mathrm{tg}\ \alpha},$$

míg annak, hogy a B pont körül ($x = a$):

$$\mu = -\frac{1}{2-\mathrm{tg}\ \alpha},$$

ami éppen az előző képlet mínusz egyszerese.



2. ábra

Az $\dfrac{1}{2-\mathrm{tg}\ \alpha}$ értékeit ábrázolva α függvényében (2. ábra bal oldalán) megállapíthatjuk, hagy a függvény értéke nemnegatív a $(63{,}43^\circ; 90^\circ)$ intervallumot kivéve, azaz ha $\alpha < 63{,}43^\circ$, mindig az A pont körül fordul el a kocka, míg ha a példa szövegében $\alpha > 63{,}43^\circ$ szerepelne, a kocka a B pont körül fordulna el.

A 2. ábráról leolvashatóak még a következők: ha a feladat szövegében megadott α értéke nullánál éppen nagyobb lenne, a súrlódási együtthatóra 0,5-nél valamivel nagyobb érték adódna. α-t növelve μ is nő, majd $63{,}43^\circ$-nál μ lehet bármekkora, a kocka mindenképpen csúszni fog. Ennél nagyobb α értékekre a B pont körül fog elfordulni a kocka, a feladat azonban szószerint nem teljesíthető, mert kisebb szögeknél csúszik, nagyobbaknál borul a kocka. Ez a helyzet $\alpha = 90^\circ$-nál változik, mivel $\alpha > 90^\circ$-ra a megoldás elején felírt egyenletek közül az $S = \mu N$ helyett $S = -\mu N$ írandó, (1) helyett pedig az

$$x = (a/2)(-\mu \mathrm{tg}\alpha + 1)$$

összefüggés adódik. A borulás feltételei (a feladat szövegének értelmében):

$$\text{az } A \text{ pont körül } (x=0): \qquad \mu = (1/\mathrm{tg}\alpha) < 0,$$
$$\text{a } B \text{ pont körül } (x=\alpha): \qquad \mu = -(1/\mathrm{tg}\alpha) > 0;$$

azaz az A pont körüli borulás (természetesen) elképzelhetetlen a feladat megoldása ilyen esetben az $\mu = (-1\ \mathrm{tg}\alpha)$ feltételből adódik. Az 2. ábra jobb oldalán ábrázoltuk a $-(l/\mathrm{tg}\alpha)$ függvényt a $(90^\circ; 270^\circ)$ intervallumon. A feladat diszkussziója ezek után már hasonlóan befejezhető.