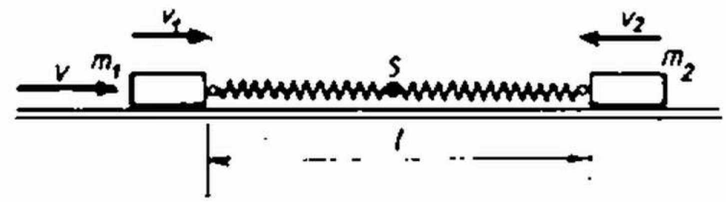
Az áttekinthetőség kedvéért képzeljük a kiskocsikat kis tömegpontoknak, az ütköző rugóját pedig aránytalanul hosszúnak! A rendszer tömegközéppontjának sebessége v_0.



$$(m_1+m_2)v_0=m_1v,$$

ahonnan

(1) $$v_0=\frac{m_1v}{m_1+m_2}=1{,}25\ \mathrm{m/s}.$$

Térjünk át a tömegközépponthoz rögzített koordináta-rendszerre! Itt kezdetben az m_1 tömegű kiskocsi $v_1=v-v_0=0{,}75$ m/s sebességgel jobbra, az m_2 tömegű $v_2=v_0=1{,}25$ m/s sebességgel balra mozog. Könnyen beláthatjuk, hogy a két tömeg egymáshoz és a tömegközépponthoz viszonyítva is harmonikus rezgőmozgást végez. Fogjuk meg ugyanis képzeletben a rugót az S tömegközéppontban! Az m_1 tömegű kocsi ekkor

$$l\frac{m_2}{m_1+m_2}$$

hosszúságú és így $D_1=D\dfrac{m_1+m_2}{m_2}$ direkciós erejű rugón végez rezgéseket, a rezgésidő

(2) $$T=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D_1}}=2\pi\frac{m_1m_2}{D(m_1+m_2)}=1{,}22\ \mathrm{s}.$$

Az összefüggés m_1 és m_2 felcserélésére nem változik meg, tehát ugyanekkora m_1 rezgésideje is; a két tömeg azonos fázisban mozog, így a rugót el is engedhetjük, a tömegközéppontban levő pontja nem mozdul el.

Az ütközés pillanatától a testek egy negyed periódusnyi rezgőmozgást végeznek addig, amíg a rugó deformációja maximális lesz. Az ehhez szükséges idő

(3) $$T/4=0{,}304\ \mathrm{s}.$$

Ez alatt a negyed periódus alatt m_2 elmozdulása a tömegközépponthoz viszonyítva éppen rezgésének amplitúdójával egyezik meg. A maximális sebességre vonatkozó összefüggésből $v_2=A_2\,\omega$, innen

(4) $$A_2=\frac{v_2}{\omega}=\frac{v_2T}{2\pi}=0{,}24\ \mathrm{m}.$$

A tömegközéppont elmozdulása $v_0(T/4)$, így a rugó maximális deformációjáig m_2

(5) $$s_2=v_0(T/4)-A_2=0{,}14\ \mathrm{m}$$

utat tesz meg.

A teljes rugó maximális összenyomódását az energiamegmaradás törvényéből is könnyen megkaphatjuk:

(6) $$(1/2)m_1v^2=(1/2)\,(m_1+m_2)v_0^2+(1/2)D(A_1+A_2)^2,$$

mivel a maximális deformáció pillanatában a két kocsi egymáshoz viszonyítva nem mozdul el. (6)-ból $A_1+A_2=0{,}39$ m, $A_2=(A_1+A_2)\dfrac{m_1}{m_1+m_2}$. Innen az a feltétel is következik, hogy a rugónak 39 cm összenyomódást lehetővé kell tennie. Egy 3 kg tömegű kiskocsi ütközőjétől ez meglehetősen szigorú követelmény.

Oszlányi Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Újabb negyed periódus után a két kiskocsi maximális sebességgel távolodik egymástól, és a teljes ütközés befejeződik. A sebességek ekkor

$$v_2'=v_0+v_2=2v_0=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v,\qquad v_1'=v_0-v_1=v_0-(v-v_0)=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v;$$

Ezek pontosan azok a sebességek, amelyek egy rugalmas ütközés után adódnak. Számolásunk így egy rugalmas ütközés részletezett modelljének tekinthető.

Horváth István (Debrecen, KLTE Gyakorló Gimn., IV. o. t.)