

I. megoldás. A mozgás folyamán lesz egy olyan időpillanat, amikor a két autó sebessége egyenlő (feltételezve, hogy még nem ütköztek össze). Ha ekkor a teherautó a személyautó előtt van, az ütközés később sem következik be, mivel ezután a teherautónak mindig nagyobb a sebessége, mint a személyautóé.

Vegyük azt a helyzetet, amikor a két autó sebessége egyenlő, és a köztük levő távolság 0. Ez az ütközés szélső helyzete. Számoljuk ki, hogy ehhez milyen t_1 tartozik.

A sebességek egyenlőségét felírva

$$v_1 - a_1(t_1 + t_2) = v_2 + a_2 t_2,$$

ahol $t_1 + t_2$ az „ütközésig” eltelt teljes idő.

A személyautó ez alatt az idő alatt $s_0 = 80$ m-rel hosszabb utat tesz meg, azaz

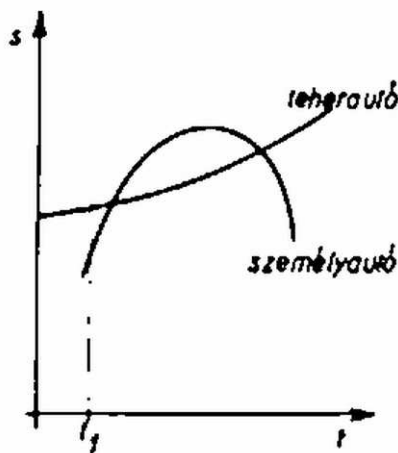
$$v_1(t_1 + t_2) - (a_1/2)(t_1 + t_2)^2 = s_0 + v_2 t_1 + v_2 t_2 + (a_2/2)t_2^2.$$

A két egyenletből $t_1 = 0,69$ s adódik.

A teherautó vezetőjének (a személyautó fékezésének kezdetétől számítva) 0,69 s-on belül kell gyorsítania, hogy a balesetet elkerülje.

Horváth Zsolt (Szentendre, Ferences Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Rajzoljuk fel a mozgás út–idő grafikonját (1. ábra).



1. ábra

A teherautó t_1 -ig egyenletes sebességgel megy. t_1 után a két autó helyét az

$$s_1 = v_1 t - (a_1/2)t^2; \quad s_2 = s_0 + v_2 t + (a_2/2)(t - t_1)^2$$

egyenletek adják meg, ahol $t = t_1 + t_2$. Az egyenletek két parabolát határoznak meg (1. ábra). Ha a két parabola metszi egymást, az autók összeütköznek. Ha érintik egymást, akkor ott az egymástól való távolságuk nulla, és az autók sebessége egyenlő. Ez éppen az első megoldásban vizsgált eset. A két parabola akkor érinti egymást, amikor a t -re adódó másodfokú egyenlet diszkriminánsa 0. Az egyenlet:

$$v_1 t - (a_1/2)t^2 = s_0 + v_2 t + (a_2/2)(t - t_1)^2,$$

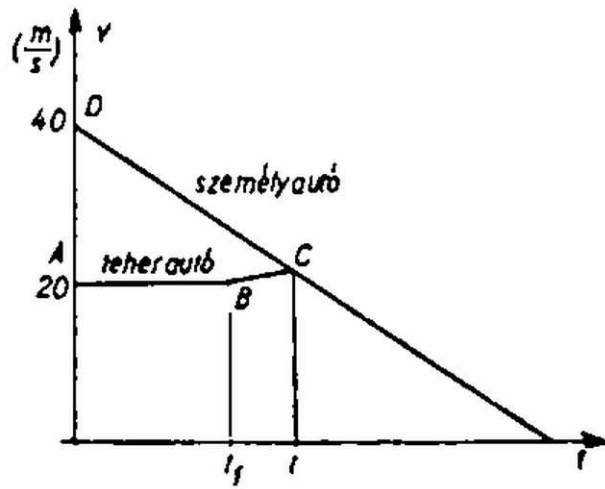
a diszkrimináns;

$$[(v_2 - v_1) - a_2 t_1]^2 - 2(a_1 + a_2)[(a_2/2)t_1^2 + s_0] = 0.$$

Ebből t_1 -re a fizikailag értelmes gyök: $t_1 = 0,69$ s. Ennyi ideje van a teherautónak a gyorsítás megkezdésére.

Frei Zoltán (Pécs, Nagy Lajos Gimn, II. o. t.)

Megjegyzések. 1. A sebesség–idő grafikon alapján is meg lehet oldani a feladatot (2. ábra).



2. ábra

Az $ABCD$ négyszög területe 80 m . Az egyenletek az első megoldásban szereplőkkel megegyeznek.

Porkoláb Zsolt (Miskolc, Földes F. Gimn. II. o. t.)

2. A megoldás a teherautóhoz rögzített rendszerben igen egyszerű.

Megyesi Gábor (Szeged, Juhász Gy. Tanárképző Főisk., I. sz. Gyak. Isk., 8. o. t.)