Az autó mozgását két feltétel korlátozza. A súrlódás miatt gyorsulása minden pillanatban legfeljebb $\mu g = 6\ \mathrm{m/s^2}$, másrészről a teljesítmény $N \leq 50$ kW.

Kezdetben az autó lassan halad, teljesítménye kicsi. Hogy leghamarabb elérje a 100 km/h = 27,8 m/s sebességet, maximális gyorsulással ($a = 6\ \mathrm{m/s^2}$) kell az autónak gyorsulnia. Ebben a szakaszban

$$v = at = (6\ \mathrm{m/s^2})t; \quad F = Ma = 3000\ \mathrm{N};$$
$$N = Fv = (18\ \mathrm{kW/s}) \cdot t.$$

Ezt a gyorsulást természetesen csak addig bírja tartani a motor, míg a teljesítmény el nem éri a maximális értéket. Ezt a

$$(18\ \mathrm{kW/s}) \cdot t_1 = 50\ \mathrm{kW}$$

egyenlettel meghatározott

$$t_1 = 2{,}77\ \mathrm{s}$$

értéknél éri el. Ekkor a sebesség, az erő és a teljesítmény

$$v_1 = 16{,}6\ \mathrm{m/s}; \quad F_1 = 3000\ \mathrm{N};$$
$$N_1 = 50\ \mathrm{kW}.$$

Ezután az erőt csökkenteni kell, mégpedig olyan mértékben, hogy a teljesítmény legyen állandó. Ez akkor teljesül, ha a mozgási energia az idő lineáris függvénye.

$$(1/2)Mv^2 = A + Nt.$$

Mivel a $t = t_1$ időben a mozgási energia $(1/2)Mv_1^2$, tehát $A = (1/2)Mv_1^2 - Nt_1$, és így

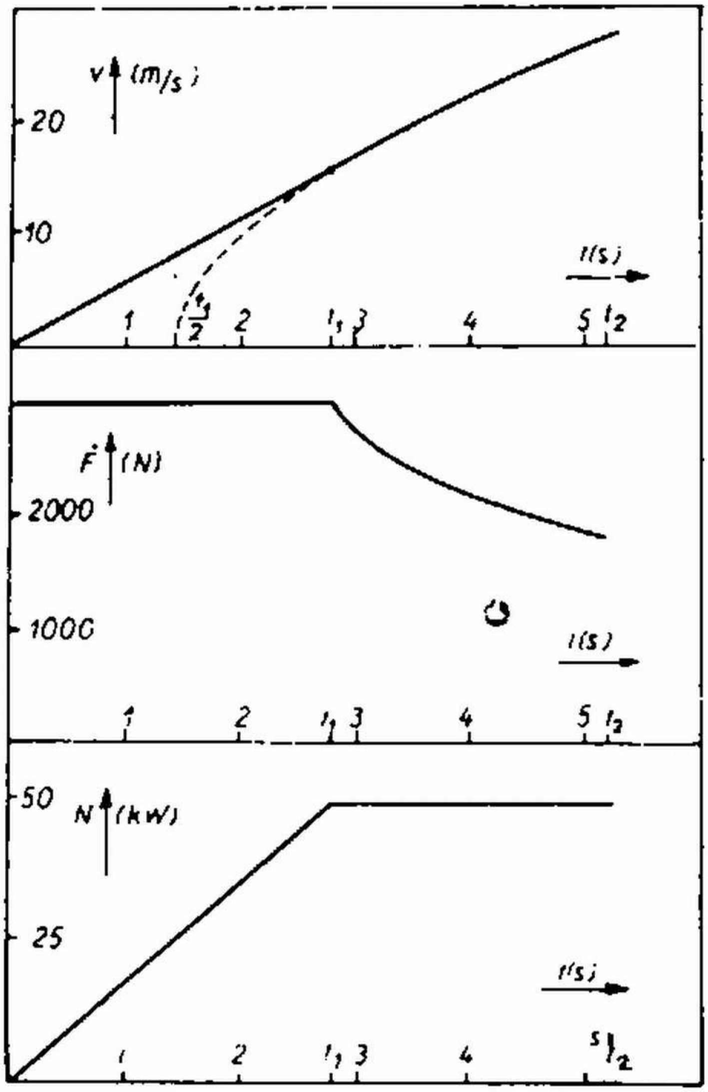
$$(1/2)Mv^2 = (1/2)Mv_1^2 + N(t - t_1),$$

amiből $t > t_1$-re

$$v = \sqrt{v_1^2 + (2N/M)(t - t_1)} = \sqrt{(2N/M)[t - (t_1/2)]} = 14{,}1\ \mathrm{m/s^{3/2}}\sqrt{t - (t_1/2)};$$
$$F = \frac{N}{v} = \sqrt{\frac{mN}{2}}\frac{1}{\sqrt{t - (t_1/2)}} = 3{,}53 \cdot 10^3\ \mathrm{N\ s^{1/2}}\frac{1}{\sqrt{t - (t_1/2)}};$$
$$N = 50\ \mathrm{kW}.$$

Ilyen összefüggés szerint kell optimálisan változtatni a sebességet 27,8 m/s -ig, amiből $t_2 = 5{,}2$ s adódik.

Tehát a feladatban szereplő autó 5,2 s alatt gyorsíthat fel 100 km/h sebességre. A sebesség–idő, erő–idő és teljesítmény–idő grafikont mutatja az ábra.



Horváth Gábor (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn., IV. o. t.)