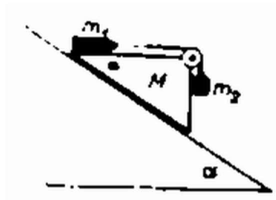
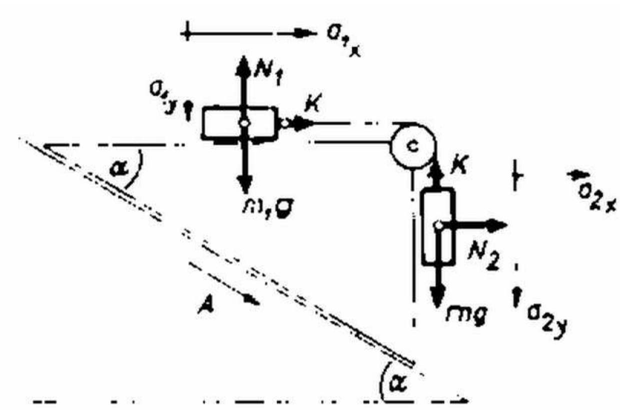
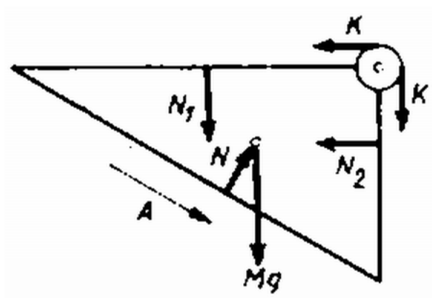



Vizsgáljuk a rendszer mozgását az ábrán látható helyzetben, azaz akkor, amikor $m_1$ és $m_2$ érintkezik az $M$ tömegű hasábbal és a kötél feszes. Az ábrán látható jelölésekkel ennek feltétele:






(1) $$N_1 \geq 0,$$
(2) $$N_2 \geq 0,$$
(3) $$K \geq 0.$$

Legyen $m_1$, $m_2$ és $M$ gyorsulása $a_1$, $a_2$, ill. $A$. Írjuk fel Newton II. törvényét az $M$ tömegű hasáb esetén a lejtővel párhuzamos komponensekre, $m_1$ és $m_2$ esetén a vízszintes és függőleges összetevőkre:

(4) $$MA = Mg\sin\alpha + N_1\sin\alpha - K(\cos\alpha - \sin\alpha) - N_2\cos\alpha,$$
(5) $$m_1 a_{1x} = K,$$
(6) $$m_1 a_{1y} = m_1 g - N_1,$$
(7) $$m_2 a_{2x} = N_2,$$
(8) $$m_2 a_{2y} = m_2 g - K.$$

(Nem szabad megfeledkeznünk arról, hogy a kötélerő a csiga közvetítésével a $M$ tömegű hasábra is hat!) Mivel $m_1$ és $m_2$ érintkezik $M$-mel:

(9) $$a_{1y} = A\sin\alpha,$$
(10) $$a_{2x} = A\cos\alpha.$$

Mivel a kötél nyújthatatlan, a hasábhoz viszonyítva $m_1$ vízszintes és $m_2$ függőleges gyorsulása megegyezik:

(11) $$a_{1x} - A\cos\alpha = a_{2y} - A\sin\alpha.$$

Oldjuk meg $A$-ra a (4)–(11) egyenletrendszert!

(12) $$A = g\frac{(M+m_1)(m_1+m_2)\sin\alpha + m_1 m_2(\sin\alpha - \cos\alpha)}{M(m_1+m_2) + 2m_1 m_2 + (m_1\sin\alpha - m_2\cos\alpha)^2}$$

$m_1$ és $m_2$ gyorsulását az adatokkal és $A$-val fejezzük ki:

$$a_{1x} = \frac{m_2}{m_1+m_2}[g + A(\cos\alpha - \sin\alpha)], \tag{13}$$

$$a_{1y} = A\sin\alpha, \tag{14}$$

$$a_{2x} = A\cos\alpha. \tag{15}$$

$$a_{2y} = \frac{m_2}{m_1+m_2}g - \frac{m_1}{m_1+m_2}A(\cos\alpha - \sin\alpha). \tag{16}$$

Ezek az eredmények csak akkor érvényesek, ha az (1)–(3) feltételek teljesülnek. Az egyenletrendszer eredményeit felhasználva

$$N_1 = m_1(g - A\sin\alpha) \le 0, \qquad \text{ahonnan}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \le \frac{M(m_1+m_2) + m_2(2m_1+m_2)}{m_1m_2}. \tag{17}$$

$$N_2 = m_2A\cos\alpha \ge 0, \qquad \text{ahonnan}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \ge \frac{m_1m_2}{M(m_1+m_2) + m_1(2m_2+m_1)}. \tag{18}$$

$$K = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(g - A\sin\alpha + A\cos\alpha) \ge 0,$$

ez a feltétel azonban mindig teljesül, ha (17) és (18) teljesül.

Az $N_2 \ge 0$ feltétel azonos az $A \ge 0$ feltétellel, eredményünk tehát csak akkor érvényes, ha a hasáb a lejtőn lefelé gyorsul. Ellenkező esetben $m_2$ „lemarad" a felfelé gyorsuló hasábtól; ha van idő stacionárius állapot elérésére anélkül, hogy $m_1$ vagy $m_2$ elhagyná a hasábot, ebben a helyzetben az $m_2$-t tartó kötél a függőlegessel állandó szöget zár be. Hasonlóan, ha $N_1 < 0$ adódik, tehát a lejtő nagyon meredek, az induláskor $m_1$ leválik a hasábról ($a_{1y} < A\sin\alpha$), hosszabb idő után a hozzá csatlakozó kötél a vízszintessel állandó szöget zár be.

*Krausz Ferenc* (Mór, Táncsics M. Gimn. IV. o. t.)