

Tekintsük, az m_2 tömegű vagon sebességét pozitívnak, így $v_2 = 7,2 \text{ km/h} = 2 \text{ m/s}$ és $v_1 = -18 \text{ km/h} = -5 \text{ m/s}$. Az ütközést közvetlenül megelőző pillanatban a megfelelő sebességek legyenek u_1 és u_2 . Az ütközés teljesen rugalmatlan, így az ütközést követő pillanatban a vagonok sebessége azonos, legyen a közös sebesség u . Az impulzusmegmaradás törvénye értelmében:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2)u,$$

ebből

$$(1) \quad u = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}.$$

Az ütközést pillanatszerűnek tekinthetjük, így a helyzeti energia változatlan. A mechanikai energia csökkenése csak a mozgási energiák különbségéből adódik:

$$\Delta E = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} - \frac{2(m_1 + m_2)u^2}{2}.$$

Az u sebesség helyébe az (1) kifejezést helyettesítve:

$$(2) \quad \Delta E = \frac{(m_1 + m_2)(m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2) - (m_1 u_1 + m_2 u_2)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 (u_1^2 + u_2^2 - 2u_1 u_2)}{2(m_1 + m_2)},$$

$$\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (u_1 - u_2)^2.$$

A két vagon gyorsulása megegyezik, hiszen ha súrlódásmentes esetet veszünk, akkor $a = g \sin \alpha$ a súrlódást is figyelembe véve $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$, tehát a gyorsulás független a vagonok adataitól. Így az ütközés előtti pillanatban a sebességek:

$$u_1 = v_1 + at, \quad u_2 = v_2 + at,$$

ahol t az ütközésig eltelt idő.

A két egyenlet kivonva egymásból

$$u_1 - u_2 = v_1 - v_2.$$

Ezt a (2) egyenletbe beírva:

$$\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$$

Az adatokat behelyettesítve:

$$\Delta E = 117\,600 \text{ J}.$$

Érdekes, hogy a mechanikai energia csökkenése csak a sebességek *különbségétől* függ. Az ütközési energiaveszteség független a testek között kezdetben levő távolságtól és a lejtő hajlásszögétől is. Ha a súrlódástól eltekintünk, akkor α és s segítségével a vagonok gyorsulását és az ütközésig eltelt időt is ki tudjuk számolni, de ezekre az adatokra az energiacsökkenés meghatározásához nincs szükség.

Károlyi Gyula (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)