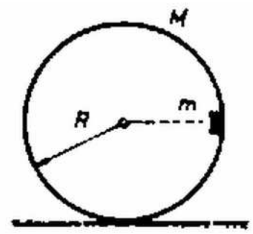
A kis m tömeg elengedése után lefelé és – a közte és az abroncs között ható nyomóerő hatására – balra gyorsul; mire az abroncs aljára ér, v nagyságú sebességre tesz szert.



Ugyanebben a pillanatban az abroncs tömegközéppontja jobbra mozog V sebességgel. A testekre ekkor csak függőleges erők hatnak, így vízszintes irányú gyorsulásuk nulla. A m tömegű test azonban görbe vonalú pályán mozog, sebességének iránya ekkor is változik, így centripetális gyorsulása van. Ennek kiszámításához célszerű a Földhöz képest V sebességgel, az abronccsal együtt mozgó koordináta-rendszerben vizsgálni mozgását, mivel itt pályájának sugara R. A testre ható centripetális erő így

$$m\frac{(v+V)^2}{R}=N-mg, \tag{1}$$

ahol N az abroncs és a test között ható nyomóerő. N kiszámításához így v-t és V-t kell meghatároznunk.

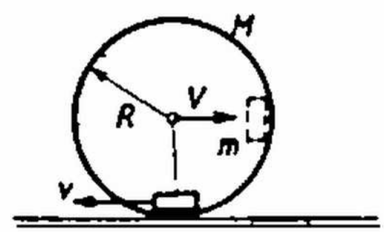
Mindkét esetben felírhatjuk az energiamegmaradás törvényét, mivel sem ideális csúszás, sem tökéletes, elmozdulásmentes tapadás esetén nincs súrlódási veszteség.

a) Ha elhanyagolható az abroncs és a talaj közötti súrlódás, az abroncs nem jön forgásba, tehát

$$(1/2)mv^2+(1/2)MV^2=mgR. \tag{2}$$

A rendszerre nem hat vízszintes külső erő, így az impulzus-megmaradás tétele alapján

$$mv=MV. \tag{3}$$



1. ábra

Az (1)–(3) egyenletrendszerből ekkor

$$v=\sqrt{\frac{2gR}{1+(m/M)}},\qquad V=(m/M)v \tag{4}$$

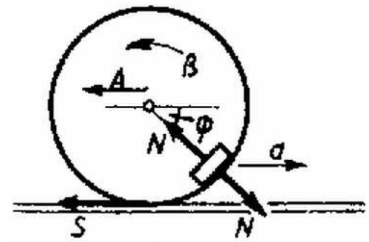
és

$$N=mg(3+2m/M). \tag{5}$$

b) Ha az abroncs tapad, szögsebessége V/R, amikor m az abroncs aljára ér. Így az abroncsnak forgási energiája is van, ezt figyelembe véve az energiamegmaradás tétele

$$(1/2)mv^2+(1/2)MV^2+(1/2)MR^2(V/R)^2=mgR. \tag{6}$$

Vizsgáljuk meg a rendszer mozgását egy tetszőleges helyzetben, feltéve, hogy az abroncs a talajon nem csúszik meg! Legyen az abroncs és a kis test vízszintes gyorsulása A ill. a, az abroncs szöggyorsulása β (2. ábra).



2. ábra

Ekkor a következő összefüggéseket írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} ma &= N\cos\varphi, \\ MA &= N\cos\varphi - S, \\ SR &= MR^2\beta, \\ A &= \beta R, \end{aligned}$$

ahonnan $2MA = ma$. Ez az összefüggés minden pillanatban érvényes, és mivel a rendszer nyugalomból indult, az alsó helyzetben elért sebességekre is igaz, hogy:

$$2MV = mv. \tag{7}$$

Az (1), (6), (7) egyenletekből így tapadás esetén

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{1+(m/2m)}}, \qquad V = (m/2M)v, \tag{8}$$
$$N = mg\left[3 + (m/M)\right].$$

Sárközi Imre (Tata, Eötvös J. Gimn., III. o. t.)