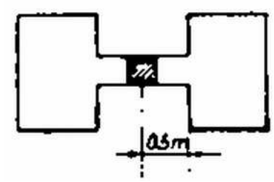

a) A dugattyút az A keresztmetszetű, $2l$ hosszúságú csőben mozdítsuk el x távolságra a középhelyzetéből. A kezdeti p_0 nyomás a bal oldali térrészben p_b-re csökken, a jobb oldali tartályban pedig p_j-re növekszik. A folyamat során a hőmérséklet állandó, ezért a két nyomásértéket a Boyle-Mariotte-törvényből számíthatjuk ki:

(1) $$p_b = p_0 \frac{V_0 + lA}{V_0 + lA + xA},$$

(2) $$p_j = p_0 \frac{V_0 + lA}{V_0 + lA - xA},$$

ahol V_0 a tartály térfogatát jelöli.

A dugattyúra ható erő

(3) $$F = (p_b - p_j)A,$$

amiből (1) és (2) felhasználásával kapjuk:

(4) $$F = -\frac{2p_0A^2}{V_0 + lA} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{A}{v_0 + lA}\right)^2 x^2} \cdot x.$$

Ha csak kis elmozdulást engedünk meg $\left(x \ll l + \frac{V_0}{A}\right)$, akkor ez az erő a kitéréssel egyenesen arányos és ellentétes irányú. Az egyensúlyi helyzetéből kicsit kimozdított dugattyú harmonikus rezgőmozgást végez a középső helyzet körül.

Mivel az $x \ll l + \frac{V_0}{A} = 16{,}2$ m feltétel nagyon jól teljesül a dugattyú 0,5 m-es elmozdítására, ezért gyakorlatilag lineárisan változó erő ellenében történő munkavégzéssel számolhatunk:

(5) $$W = \frac{1}{2}F_{\max} \cdot l = \frac{p_0Al}{1 + \frac{V_0}{Al}}.$$

Numerikusan: $W = 0{,}96$ J. A fenti becslés nagyon jónak minősíthető, hiszen az egzakt (4) alatti függvénnyel kiszámolt határozott integrál $\left(W = \int_0^l F\,\mathrm{d}x\right)$ a mérési hibán belül visszaadja a 0,96 J értéket.

b) A saját folyadékjával érintkező gőz nyomása állandó, független a térfogattól. Ha a térfogatnövekedés során mindig marad kevés víz a tartályokban, akkor a csőben levő dugattyú helyzete közömbös, elmozdításához nem szükséges munkát végezni.

Horváth Gábor (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján