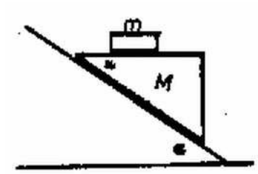
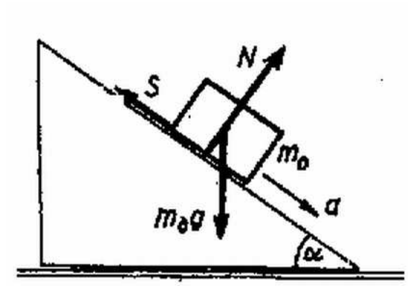


Háromféle esetet különböztethetünk meg:

1. Mindkét test (a kis lejtő és a hasáb) nyugalomban van;
2. a két test azonos gyorsulással mozog, relatív helyzetük nem változik:
3. a két test gyorsulása különböző.

Az első két esetben a kis lejtő és a rajta levő hasáb egy testnek tekinthető. Vizsgáljuk meg egy α hajlásszögű lejtőre helyezett m_0 tömegű test mozgását μ súrlódási együttható esetén.



1. ábra

A mozgásegyenlet az 1. ábra alapján:

$$m_0 a = m_0 g \sin\alpha - \mu\, m_0 g \cos\alpha,$$

így a gyorsulás

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha),$$

A mozgás feltétele $(a \geq 0) : \mu \leq \operatorname{tg}\alpha$.

Tehát a $\mu > \operatorname{tg}\alpha$ esetben az 1. eset valósul meg, azaz mozgás nem indul meg.

A 2. esetben a m és M tömegű testekből álló rendszer gyorsulása:

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Vizsgáljuk meg, milyen μ értéknél várható a 2. eset. A m tömegű test akkor nem csúszik a M tömegű testen, ha

(1) $$S_1 < \mu N_2.$$

A gyorsulás vízszintes komponense:

$$a' = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot\cos\alpha.$$

Ezt az S_1 erő hozza létre az m tömegű testen. A gyorsulás függőleges komponense:

$$a'' = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sin\alpha.$$

Ez a komponens az $mg = N_2$ hatásaként jön létre. Ezek alapján az (1) egyenlőtlenség:

$$\mu[mg - mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sin\alpha] > mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)]\cos\alpha,$$

azaz

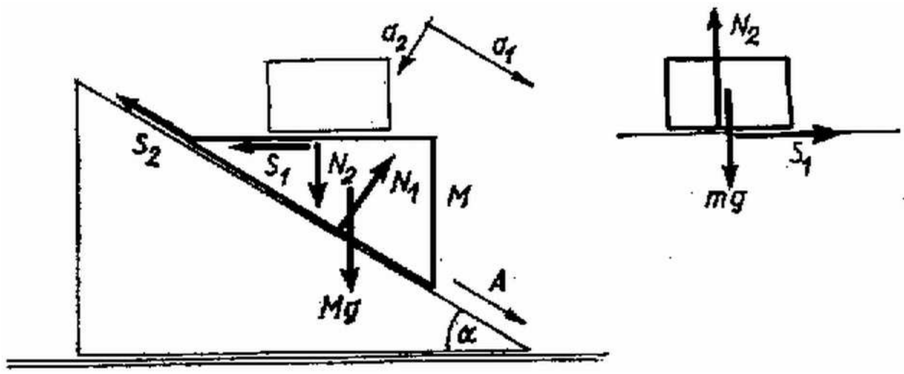
$$\mu^2\cos\alpha\sin\alpha + 2\mu\cos^2\alpha - \cos\alpha\sin\alpha > 0.$$

Megoldva a idetartozó másodfokú egyenletet, kapjuk, hogy a kívánt egyenlőtlenség a következő (fizikailag reális) esetben teljesül:

$$\mu > \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Tehát a 2. eset akkor valósul meg, ha

$$\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} < \mu \leq \operatorname{tg}\alpha.$$



2. ábra

A 3. eset feltétele

$$\mu \leq \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

A mozgásegyenletek a 2. ábra alapján:

$$\begin{aligned} mg - N_2 &= ma_2\cos\alpha + ma_1\sin\alpha, \\ \mu N_2 &= ma_1\cos\alpha - ma_2\sin\alpha, \\ MA &= (Mg+N_2)\sin\alpha - \mu N_2\cos\alpha - S_2, \\ Mg\cos\alpha + N_2\cos\alpha + \mu N_2\sin\alpha &= N_1, \\ S_2 &= \mu N_1. \end{aligned}$$

Megoldva az egyenletrendszert:

$$A = g\frac{M(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m(2\mu\cos\alpha + \mu^2\sin\alpha - \sin\alpha)}{M - m\sin\alpha(2\mu\cos\alpha + \mu^2\sin\alpha - \sin\alpha)}$$

Az m tömegű test gyorsulása:

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$

Mivel m és M mindig érintkezik, a függőleges komponens $a_1 = A\sin\alpha$. A vízszintes komponens S_1/m, ahol S_1 a mozgásegyenlet alapján $\mu m(g - A\sin\alpha)$. Tehát

$$a = \sqrt{A^2\sin^2\alpha + (g - A\sin\alpha)^2\mu^2}$$

Oszlányi Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján