

Ha a kő esési idejét t -vel jelöljük, a kút valódi mélysége

$$(1) \quad h = (g/2)t^2.$$

Mérésünk során óránk $t' = t + (h/c)$ értéket fog mutatni, hiszen a c terjedési sebességű hang (h/c) idő alatt ér fel hozzánk. Ezért a mért mélység

$$(2) \quad h' = (g/2)[t + (h/c)]^2,$$

ami nagyobb h -nál.

Ha a megkövetelt mérési pontosság p , akkor (2)-ből (1) felhasználásával kapjuk:

$$(3) \quad \frac{h' - h}{h} = \frac{gh}{2c^2} + \sqrt{\frac{2gh}{c^2}} < p.$$

Legyen $x^2 = \frac{2gh}{c^2}$, így (3)-ból az új változóval a

$$(4) \quad \frac{x^2}{4} + x - p \leq 0$$

egyenlőtlenségre jutunk. $x > 0$ figyelembevételével (4) megoldása:

$$0 < x \leq 2(\sqrt{1+p} - 1) \approx p, \quad (\text{ha } p \ll 1),$$

vagyis

$$(5) \quad h \leq \frac{c^2}{2g}p^2.$$

Ebből $p = 0,02$, $c = 340$ m/s, $g = 9,81$ m/s² esetén kapjuk:

$$h \leq 2,36 \text{ m.}$$

Tehát ennél mélyebb kút mélységét már nem lehet a fenti módszerrel 2%-nál pontosabban mérni úgy, hogy a hang terjedési sebességét elhanyagoljuk.

Oszlányi Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)