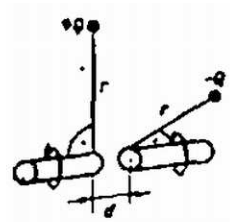
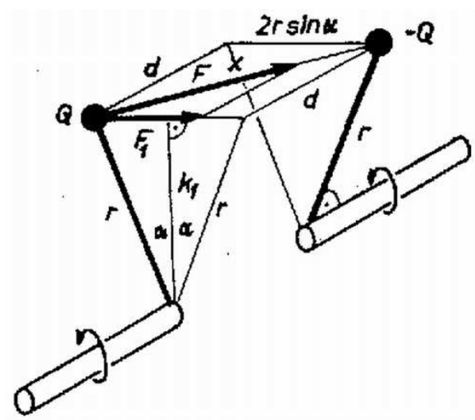


A tengelyekre ható forgatónyomatékot a két töltés közt fellépő Coulomb–erőnek (F) a tengelyekre merőleges komponense (F_1) hozza létre (l. az ábrát).

Írjuk fel a Coulomb–törvényt:

$$F = kQ^2/x^2, \tag{1}$$

ahol x a két töltés közötti távolság.



x^2-et az ábra alapján a Pitagorasz–tétellel határozhatjuk meg:

$$x^2 = d^2 + (2r\, sin\, \alpha)^2. \tag{2}$$

Az ábrából látjuk, hogy

$$\frac{F_1}{F} = \frac{2r\ \sin\ \alpha}{x}. \tag{3}$$

Az (1)–(3) egyenletrendszerből F_1-et kifejezve kapjuk:

$$F_1 = \frac{2kQ^2 r\ \sin\ \alpha}{(d^2 + 4r^2\ \sin^2\ \alpha)^{3/2}}.$$

Az F_1 erő karja $k_1 = r\ \cos\ \alpha$. Így a forgatónyomaték:

$$M = F_1 k_1 = \frac{kQ^2 r^2\ \sin\ 2\alpha}{(d^2 + 4r^2\ \sin^2\ \alpha)^{3/2}}.$$

Meg kell határoznunk, mely α szögnél lesz e mennyiség maximális. Ezért M-et α szerint deriváljuk, és megkeressük a derivált nullahelyeit. Azt kapjuk, hogy a derivált nulla, ha

$$\sin\ \alpha_{12} = \frac{\sqrt{4r^2 + d^2 - \sqrt{16r^4 + d^4 + 4r^2 d^2}}}{2r}.$$

Számadatainkat behelyettesítve $\alpha_{12} = \pm\, 9^\circ\, 57'$-ot kapunk. (Fizikai meggondolás alapján világos, hogy $\alpha = \pm\, 170^\circ\, 3'$ esetén M nem lehet maximális.) A derivált előjele alapján megvizsgálhatjuk a függvény növekedési viszonyait, így azt találjuk, hogy a forgatónyomaték egyik esetben maximális, másik esetben minimális lesz, a két mennyiség abszolút értékben egyenlő. Adatainkat beírva:

$$M_{\max} = 1{,}36 \cdot 10^5\ \mathrm{Nm}.$$

Velkey Pál (Cegléd, Kossuth L. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján